$750 =

Subsection —

Periscopes SLC Germsheim

Ist Hist & PHOTOG

Digitized by the Internet Archive
in 2017 with funding from
Getty Research Institute

https://archive.org/details/essaideperspecti00grav

ESSAI
DE
PERSPECTIVE,

PAR G. J. 'sGRAVESANDE,

Docteur en Droit.

A LA HAYE,
Chez la Veuve d'ABRAHAM TROYEL.

M. DCC. XI.

c ...VESANDE (Willem Jac
van's)

NATIONAL CENTRAL LIBRARY

L63/554

PR... THE
...RY
...ON

K2-0530

MONSIEUR

B. VANDER DUSSEN,

Bourguemaiſtre, Conſeiller, & Penſionnaire de la Ville de Gouda. Hoog Heemraat de Schieland, & Dyck-Grave du Krimpender - Waart. Député de la part des Etats Généraux, aux derniéres Conférences ſur la Paix, &c. &c.

MONSIEUR,

Si j'étois du ſentiment des Ecrivains, qui, à l'abri d'un

Nom Illuſtre, eſpérent ſe garantir des hazards auxquels ils s'expoſent, j'abandonnerois ce petit Traité au jugement du public avec toute la confiance que peut donner un ſuccès aſſuré: j'aurois tout lieu de m'attendre à la réüſſite d'un Livre au devant duquel Vous m'avez bien voulu permettre, MONSIEUR, *de placer Vôtre Nom Illuſtre; ce Nom qui tant de fois a parû avec éclat dans des Négotiations importantes, dont le maniment demandoit un Eſprit ſuperieur, une Prudence conſommée dans les affaires, & une Sage activité toûjours menagée par la Raiſon.*

Mais,

Mais cette vaine espérance, MONSIEUR, *n'est pas le motif qui me porte à Vous offrir ce petit Essai; l'honneur que j'ai de Vous apartenir, & & le désir de faire connoître le respect & l'attachement que j'ai pour Vous, sont pour moi des raisons bien plus fortes & plus légitimes. Je suis avec un profond respect,*

MONSIEUR,

Vôtre très-humble & très-obéïssant Serviteur,

G. J. 's GRAVESANDE.

PREFACE.

ON s'étonnera peut-être de me voir entrer dans une route qui semble n'avoir été que trop fréquentée, & on regardera comme inutile l'Essai d'un nouveau Traité sur une science, qui, si on en juge par le grand nombre des Ecrivains qu'elle a produit, devroit être épuisée depuis long-tems. Il semble que le nom de Perspective soit devenu rebutant pour le public en-

ennemi des répétitions, & qu'il y ait de la témérité à oſer traiter encore le même ſujet. J'oſe eſpérer néanmoins quelque indulgence de ceux qui voudront bien s'inſtruire des raiſons qui m'ont porté à rendre public ce petit Ouvrage.

Il y a quelques années que m'occupant a tracer des figures par les régles ordinaires, je découvris certains moyens d'abréger, qui ſe preſentent aſſez naturellement, quand on travaille avec quelque attention, & ſans s'aſſervir entiérement à l'induſtrie des autres. Ces premiers ſuccès m'en firent eſpérer de plus conſidérables. Je crus qu'un

examen plus exact de la Théorie de la Perſpective, me fourniroit des régles plus générales auſſi, pour en rendre la pratique aiſée. Je rencontrai véritablement quelques abrégez; mais me défiant de la facilité apparente, que le plaiſir de l'invention nous fait toûjours trouver dans nos découvertes, j'en éprouvai la bonté en les applicant avec exactitude à différens ſujets: j'en examinai ſcrupuleuſement tous les cas, & je fis tous mes efforts pour n'être pas ébloüi par certaines opérations, qui ſont tout autrement mal-aiſées dans l'éxécution, qu'elles ne ſemblent d'abord le promettre à

l'eſ-

l'esprit. A ma propre méditation je joignis la lecture d'une bonne partie des Ecrivains de ce genre, qui se sont multipliez à l'infini sans beaucoup de nécessité. Quelques uns d'entr'eux, qui se sont distinguez avantageusement parmi la foule, m'ont été très utiles: mais j'ose assurer que le nombre n'est pas grand de ceux, qui, dans ce qui regarde la pratique, ont traité cette matière avec quelque air de nouveauté.

Les uns se sont bornez à expliquer la simple Théorie, & ont laissé à leurs Lecteurs le soin d'en faire l'application; ou s'ils ont donné les prati-

ques communes, ils n'ont pas été au delà, & ils se sont répandus en réfléxions générales sur la Peinture, curieuses à la vérité, mais peu utiles à mon dessein; car je me propose, non de former un Peintre, mais de lui rendre facile l'exercice & l'usage de la Perspective. Les autres Auteurs, qu'on diroit, à la grosseur de leurs Ouvrages, avoir traité la pratique avec plus de soin, en donnent d'abord quelques régles générales, qui leur sont communes à tous, & qui pour avoir passé par tant de mains n'en sont pas devenuës plus aisées; aussi n'ont ils pas travaillé à les rendre telles. Ils ont crû

crû que tous les objets pouvant se mettre en Perspective par ces moyens là, il seroit inutile d'en chercher d'autres; & ils ont jugé plus nécessaire de donner aux Peintres l'application de ces méthodes à un nombre infini d'exemples particuliers; quoi que cette aplication ne leur puisse servir tout au plus, qu'à rappeller dans ces circonstances l'usage des régles déja prescrites. Mais quel profit peuvent retirer les Peintres de ces modelles, s'ils n'ont une connoissance exacte des pratiques générales? Et s'ils ont cette connoissance, quelle sera pour eux l'utilité de cette variété excessive d'exemples?

J'ai donc crû pouvoir m'y prendre d'une autre façon ; & bien que je me reconnoiſſe beaucoup inférieur à pluſieurs de ceux qui ont écrit ſur cette matiére, je me ſuis flatté, que ſi la Perſpective perdoit quelque choſe entre mes mains par le manque d'habileté, elle pourroit le regagner, peut-être avec uſure, par une grande application de ma part. J'ai conſideré encore que les détails ennuyeux, inſéparables du genre d'écrire que j'ai choiſi, ne permettroient jamais aux genies capables de plus grandes choſes d'entrer dans une carriére peu digne de leurs efforts, & inacceſſible aux grandes découcou-

couvertes. Ainſi, eſpérant d'une part donner un nouveau jour & plus de facilité à la pratique ; & perſuadé d'ailleurs que les perſonnes plus intelligentes ne voudroient pas ſe charger d'un tel ſoin, j'oſe hazarder ce petit Ouvrage, & l'expoſer au goût du public éclairé, de qui je n'attens point d'autre Eloge, que celui qu'on ne peut raiſonnablement refuſer à un travail aſſidu.

Trois choſes pourront ici faciliter l'uſage de la Perſpective. 1. Pour reſoudre les Problêmes les plus généraux qui fondent toute la pratique, on donne pluſieurs méthodes nouvelles & plus faciles que

celles dont on uſe communement. On en donne pluſieurs, parce que l'application d'une même régle n'eſt pas également commode dans tous les cas, & qu'ainſi il eſt utile d'en avoir à choiſir. 2. Les méthodes générales dont on s'eſt ſervi juſqu'ici étant impraticables dans quelques occaſions particuliéres, pour rémedier à ce défaut on en a ajoûté d'autres, plus malaiſées à la vérité, mais que certains cas rendent abſolument néceſſaires. 3. Enfin, quand par le moyen des Problêmes généraux, il eſt fort difficile de réſoudre un Problême particulier, on a crû devoir en donner une ſolution à part. Par

Par là on rend à la vérité l'étude de la Perſpective plus malaiſée: mais ce déſavantage eſt bien récompenſé par la facilité de la pratique qu'on a eu uniquement en vûë. Il eſt vrai que peu de régles générales ne chargent pas tant la mémoire; mais d'en avoir pluſieurs, d'en avoir de particuliéres, c'eſt ce qui abrége; & telle méthode, pour avoir arrêté d'abord quelques momens de plus, épargne dans la ſuite des heures entiéres d'une occupation qui paroît toûjours aſſez pénible. Peu de tems ſuffira à un Peintre pour bien entendre cet Ouvrage, & pour s'en rendre les préceptes fa-

mi-

miliers ; & cette étude de peu de jours, répétée de tems en tems, lui vaudra toûjours une extrême diminution de travail & de fatigue.

Mais afin que chacun puiſſe voir par lui-même ce qu'il peut ſe promettre de cèt Eſſai, j'en donnerai l'abregé en peu de mots. Il eſt partagé en neuf Chapitres. Le premier qui tient lieu d'introduction aux autres, ſert à prouver l'utilité de la Perſpective, & on y donne les définitions des termes néceſſaires pour l'intelligence de ce Livre.

Toute la Théorie eſt contenuë dans le Chapitre ſecond. Ce qui a été découvert de plus

utile

utile sur cette matiére s'y trouve réduit à trois Théorémes généraux, sçavoir le premier, le second & le quatriéme ; tout le reste s'en déduit par voye de Corollaire. A ces Théorémes déja connus, on en a ajoûté de nouveaux pour servir à la Démonstration de quelques propositions néceſſaires. Peut-être auroit-on souhaité que j'euſſe toûjours employé pour preuve la route qui ma mené aux véritez que je découvre : je l'ai fait quelquefois, mais souvent cela auroit été très long & très embaraſſant. En Géométrie, ce n'eſt pas toûjours le chemin le plus facile, & le plus court qui conduit

duit aux découvertes.

Dans le Chapitre suivant, on explique la pratique de la Perspective sur le Tableau Perpendiculaire. Entre les différentes méthodes qu'on y indique pour résoudre les Problêmes généraux, on en trouvera dans lesquelles on n'employe que la simple régle; de sorte qu'après quelques préparations, on peut sans le secours du Compas, tracer toutes sortes d'objets, & cela avec plus de facilité que dans la pratique vulgaire. Celui qui cherche l'apparence d'un point qui est en l'air, le considére comme l'extrémité d'une Perpendiculaire, dont il faut trouver la représentation

pour

pour trouver celle du point. On évite ce détour, & on enseigne a déterminer la Perspective du point donné, sans être obligé de chercher la Perspective de son assiéte. Touchant l'apparence d'un Cone & d'un Cilindre, on détermine sur leur baze la portion qui en est visible, & on se délivre par là des opérations inutiles aux quelles est sujette la méthode ordinaire. Il est très difficile, pour ne pas dire impossible, de mettre en Perspective une Sphére par le moyen des Problêmes généraux; dans la représentation du Tore d'une Colomne, il se trouve encore plus de difficulté: par là on s'est trouvé engagé

gé à donner des méthodes particuliéres pour réſoudre ces deux Problêmes. Le reſte du troiſiéme Chapitre regarde les lignes inclinées, & le moyen d'en trouver l'apparence par le point Accidental.

Le quatriéme Chapitre enſeigne à travailler ſur un Tableau qui doit être vû de fort loin, ou fort de côté, ou qui doit être placé dans un lieu élevé. Ces diverſes ſituations demandent de nouvelles régles: car pour y pouvoir appliquer la méthode ordinaire, il faudroit travailler ſur un Plan d'une grandeur exceſſive & impraticable.

On s'étend fort peu dans les deux

deux Chapitres ſuivans. On y parle du Tableau incliné, & du Tableau paralléle; & on y découvre des méthodes générales, qui, jointes à celles des Chapitres précédens, ſuffiront, je crois, pour mettre en Perſpective toutes ſortes d'objets avec aſſez de facilité.

Le Chapitre ſeptiéme, qui traite des Ombres, n'a rien de particulier, & qu'on n'ait vû autre part; mais le peu qu'on en dit ſuffit pour donner une idée de cette matiére, que la lecture de ce qui précéde rendra facile.

On enſeigne dans le Chapitre ſuivant quelques moyens méchaniques pour faciliter l'uſage

ſage de la Perſpective. On n'employe pour cela que des régles & des fils, dont tout le monde poura aiſément ſe pourvoir, que chacun pourra mettre en pratique, & qui, avec cèt avantage, ſont encore d'un uſage plus facile qu'aucun des inſtrumens inventez à ce ſujet.

Le dernier Chapitre de ce Traité fait voir qu'elle eſt l'utilité que la Perſpective peut apporter à la Gnomonique.

Tel eſt le plan de ce petit Ouvrage, dans lequel je me ſuis moins éforcé d'avancer des choſes curieuſes, que d'en dire d'utiles ; eſtimant que ſans faire parade d'unſavoir mal placé,

cé, je rendrois mon livre assez bon, si par son usage je le rendois nécessaire. Par cette raison, j'ai tâché de mettre tout à la portée de ceux qui auroient lû simplement les élemens d'Euclide : & si je me suis éloigné de cette régle en quelque peu d'endroits, je les ai fait imprimer en caractéres Italiques, afin qu'on pût les passer sans aucun scrupule.

J'avertirai, ici qu'en retouchant cèt Essai, j'ai eu le bonheur de rencontrer un habile Peintre, qui a fait une étude serieuse de toutes les connoissances nécessaires à sa profession, parmi lesquelles la Perspective n'a pas été négligée. Il l'a portée

tée plus loin qu'on ne pouvoit l'attendre raisonablement d'un homme destitué du secours des Mathématiques & je lui suis redevable de plusieurs observations, auxquelles sans lui je n'aurois peut-être jamais pensé. Au reste, j'espére, quant au langage, quelque indulgence pour un étranger, à qui les fautes seront d'autant plus pardonnables en cette matiére, que les Mathématiques exigent moins l'élegance du stile que la clarté des expressions.

Ceux qui voudront avoir un précis du petit traité qui se trouve à la fin de ce livre, & qui parle de la Chambre Obscure, *pourront consulter l'Avertissement qui est au devant.*

ESSAI DE PERSPECTIVE.

Chapitre Premier.

Definitions de la Perſpective.

LA Perſpective nous enſeigne à deſſiner par les régles des Mathématiques ; c'eſt-à-dire, qu'elle nous apprend à tracer Géométriquement ſur un plan, la repréſentation des objets, ſelon 1.

leurs dimensions, & leurs situations différentes : en sorte que ces Représentations fassent sur nos yeux le même effet, qu'auroient pû faire les objets mêmes dont elles ne sont que les images.

Pour bien comprendre comment on a pû appliquer les Mathématiques au dessein, supposons un homme A, qui considére un objet B, & feignons qu'entre cet homme & l'objet qu'il regarde, il y ait un plan transparent C. Supposons de plus que sur ce plan on trace des lignes comme en D, qui couvrent à l'égard du Spectateur A les contours de l'objet B, & de chaque partie qu'il en apperçoit. A present puis qu'on ne voit une objet, que par des raïons qui partent de tous ses points, & qui aboutissent à l'œil; & puis qu'ici tous les raïons qui viennent de l'objet B, passent aussi par tous les points de la Représentation D; il

Fig. 1.

est

est clair que cette Représentation fera sur l'œil du Spectateur, le même effet qu'y faisoit auparavant l'objet même. Or c'est par des régles prises de la Géométrie, que dans le plan C, mis dans une situation donnée, on peut trouver les points de la figure D. par où passent les raïons, qui de l'objet B se rendent à l'œil du Spectateur A, lesquels points sont les intersections des raïons & du plan. Ainsi, comme d'autres l'ont fort bien remarqué, on doit regarder un Tableau dans la Peinture, comme une fenêtre sur laquelle on voudroit représenter les objets qui paroissent à travers.

Sans le secours des Mathématiques on ne peut trouver cette Représentation qu'à la simple vûë; c'est-à-dire, à tâtons; & alors un Dessein n'est exact, qu'à mesure qu'on a rencontré la véritable Apparence qu'auroit pû donner

la Géometrie. Cette seule remarque suffit pour établir la nécessité de la Perspective, quoi qu'en disent certains Peintres, qui selon la Maxime ordinaire, prétendent que ce qu'ils ignorent, ne vaut pas la peine d'être sçû.

Jusqu'ici j'ai tâché de donner une idée de la Perspective considérée en général: mais on donne encore à ce mot une signification particuliére, qu'il est nécessaire d'expliquer, aussi bien que les autres termes de l'Art; ce que je vais faire dans les Definitions suivantes, qu'il faut se rendre bien familiéres, avant de passer à la lecture du reste.

2. Def. 1 *La Perspective* donc, la Représentation, ou l'Apparence d'un objet; car ces trois mots sont Synonimes; *est la Figure que forment en traversant le plan transparent, les Raïons par lesquels on voit cet objet: & la Perspective d'un point,*

point, est l'intersection du Raïon qui part de ce point, avec le plan transparent; laquelle intersection est un point. Ainsi la Figure D. dans le Plan transparent C est la Perspective de l'objet B, & le point *e* dans le même Plan, est la Perspective du point E dans l'objet. Fig. 1.

Le Plan paralléle à l'Horison sur lequel le Spectateur est placé, avec les objets qu'il considére, est appellé Plan Géometral. Comme A B C D. Def. 2. Fig. 2.

Tableau est un Plan posé entre le Spectateur & les objets, sur lequel les objets se doivent tracer. Comme F G R T. Il est pour l'ordinaire perpendiculaire au Plan Géométral, & par conséquent à l'Horison, par ce que le plus souvent on donne cette situation aux Peintures. Il peut être néanmoins quelque fois incliné, & même paralléle au Plan Géométral, selon la maniére dont on véut disposer le Def. 3.

sein, ou la Peinture à laquelle on travaille. C'est la Raison pourquoi dans le Chapitre suivant, on énoncera les Théoremes & leurs Corollaires, d'une maniére générale, qui convienne à toutes ces diverses situations du Tableau, ce qu'il faut bien remarquer.

Def. 4. *L'intersection du Tableau avec le Plan Géométral, s'appelle ligne de terre.* Comme F G.

La diverse situation de l'œil, change dans le Tableau la Représentation des objets; car les Raïons allant se joindre dans un autre point, rencontrent aussi le Tableau dans des endroits diférens. Pour déterminer cette situation de l'œil, à l'égard du Tableau, on suppose *un*

Def. 5. *Plan paralléle à l'Horison, qui passe par l'œil, & s'étend de tous côtez; on le nomme Plan Horisontal.* Comme O M V N L.

Def. 6. *L'intersection de ce Plan avec le Tableau, est la ligne Horisontale.* Comme M V N. *La*

La Perpendiculaire qu'on mene de l'œil à la ligne Horisontale, est le Raïon principal. Comme O V. Def. 7.

Le point V *où cette Perpendiculaire rencontre la ligne Horisontale, est le point de vûë ou le point principal.* Def. 8.

On abaisse de l'œil sur le Plan Géométral une Perpendiculaire qui mesure la hauteur de l'œil.

Le point S *où cette Perpendiculaire rencontre le Plan Géometral, est le point de Station.* Def. 9.

Le Plan qui passe par cette Perpendiculaire, & par le Raïon principal, est appellé Plan Vertical. Comme S O L I. Def. 10.

L'intersection V H *de ce Plan avec le Tableau, est la ligne Verticale.* Def. 11.

Et S H I *son intersection avec le Plan Géométral, est la ligne de Station.* Def. 12.

Points de distance sont deux points dans la ligne Horisontale, éloignez de part & d'autre du Def. 13.

point de vûë, de la quantité du Raïon principal. Comme M & N.

Def. 14. *J'appelle ligne Géométrale, une ligne qui passe par le point de Station, & qui est paralléle à la ligne de terre.* Comme A B.

Def. 15. *L'assiéte d'un objet est l'appui Perpendiculaire, que chacune de ses parties a sur le Plan Géométral.*

Def. 16. *Direction d'une ligne inclinée au Plan Géométral, est l'intersection de ce Plan, avec un autre Plan qui lui est Perpendiculaire, & qui passe par la ligne inclinée.*

CHA-

CHAPITRE SECOND.

Théorie de la Perspective.

LEMME.

LA Perspective d'une ligne droite comme AB, qui étant continuée ne passe pas par l'œil O, est aussi une ligne droite : car les Raïons par lesquels on voit la ligne AB. forment un Plan OAB, qui coupe le Tableau ; & la commune Section de deux Plans est une ligne droite, comme *ab*. 3. Fig. 3.

THEOREME I.

La Représentation d'une ligne paralléle au Tableau, est paralléle à la ligne dont elle est la représentation. 4.

Soit AB une ligne parallele au Fig. 3.

Tableau, il faut démontrer que *a b* sa représentation, lui est paralléle.

Ces deux lignes A B & *a b* ne peuvent jamais se rencontrer, parce que *a b* est dans le Tableau, & que A B a été supposée paralléle au Tableau. Mais ces deux lignes sont aussi dans un même Plan, puisque *a b* est l'intersection du Tableau & du Plan O A B, qui passe par l'œil & par la ligne A B; & partant elles sont paralléles entr'elles. Ce qu'il falloit démontrer.

Corollaire I.

5. *La Perspective d'une ligne paralléle à la ligne de terre, est paralléle à la même ligne de terre.*

Car la Ligne de terre & cette Perspective étant paralléles à une même Ligne, elles sont paralléles entr'elles.

Co-

COROLLAIRE. II.

La Perspective d'une ligne parallèle à la ligne Verticale, est parallèle à cette même Verticale, & par conséquent Perpendiculaire à la ligne de terre. 6. Cela se démontre comme dans le Corollaire précédent.

COROLLAIRE III.

Les Apparences des lignes parallèles au Tableau, & également inclinées du même côté sur le Plan Géométral, font avec la ligne de terre, des Angles égaux aux Angles que font les lignes dont elles sont les Apparences avec les parallèles à la ligne de terre, qui les coupent, & par conséquent ces Apparences sont parallèles entre elles. 7.

Cela est évident, puis que les Ap-

parences des lignes paralléles à la ligne de terre sont paralléles à cette même ligne, & que les Apparences des lignes inclinées dont nous parlons, sont paralléles à ces lignes.

THEOREME II.

8. 9. *La Perspective d'une Figure paralléle au Tableau, est semblable à cette Figure; & les côtez de cette Figure sont à leurs Représentations, comme la distance de l'œil avec le Plan de la Figure est à la distance de l'œil avec le Tableau.*

Fig 4. La Figure donnée est ABCD. Il faut démontrer premiérement que sa Perspective *a b c d* lui est semblable; c'est-à-dire, que les Angles correspondans de ces deux Figures A B C D & *a b c d*, sont égaux, & que leurs côtez sont proportionels.

I. Quant aux Angles, ils sont égaux, puisque * les lignes qui composent ces d'eux Figures sont paralléles entr'elles. * 4

2. Dans les Triangles semblables ADO & *ad*O, on a

AD, *ad* :: OD, *Od*,

Et dans les Triangles semblables ODC & *Odc*, on a

DC, *dc* :: OD, *Od*

donc

AD, *ad* :: DC, *dc*.

altern.

AD, DC :: *ad*, *dc*

Par conséquent les côtez AD & DC de la Figure ABCD sont proportionels aux côtez *a d* & *dc* de la Figure *a b c d*. On démontrera la même chose des autres côtez, & partant ces Figures sont semblables.

Pour l'autre partie du Théoreme, si l'on suppose qu'on abaisse de l'œil une Perpendiculaire sur le Plan de la Figure, continué s'il est

nécessaire, il est évident que OD sera à O*d* comme cette Perpendiculaire, qui mesure la distance de l'œil au Plan de la Figure, est à la distance de l'œil au Tableau, laquelle est mesurée par la partie de la Perpendiculaire compriſe entre l'œil & le Tableau. Or nous avons déja vû que

OD, O*d* : : AD, *ad*.

Donc il y a même raport entre A*d* un des côtez de la Figure & *ad* sa Perspective, qu'entre les distances qu'on vient de marquer. La démonstration est la même pour les autres côtez de la Figure. Ce qu'il falloit démontrer.

Corollaire I.

10 *Si d'un point du Plan Géométral, partent trois Lignes droites égales entr'elles & paralléles au Tableau, dont la premiére soit dans le Plan Géométral, la seconde*

Planche 1.re

Fig. 1.

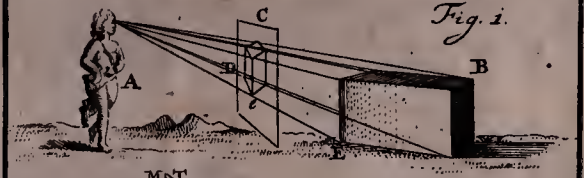


Fig. 2.

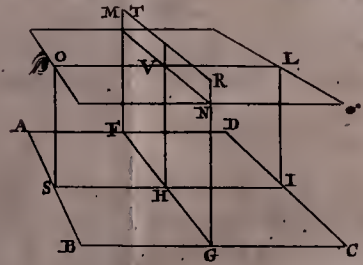


Fig. 3.

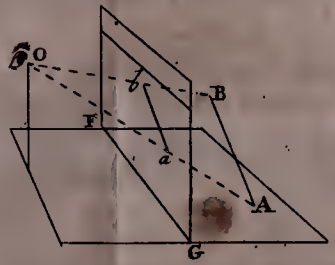
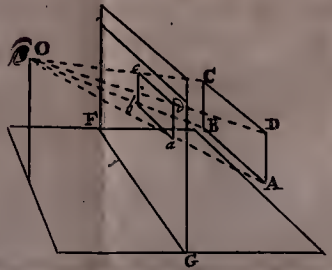


Fig. 4.



de élevée en l'air perpendiculairement à la premiére, & la troisiéme inclinée; les Apparences de ces trois Lignes sont égales.

Cela paroît clairement, de ce qu'on peut considérer ces Lignes comme une Figure paralléle au Tableau, & que par conséquent elles auront le même raport avec leur Perspective.

Remarquez que la premiére de ces trois Lignes est toûjours paralléle à la Ligne de terre, & que la seconde, quand le Tableau est perpendiculaire, est aussi perpendiculaire au Plan Géométral, & que la troisiéme alors a la premiére pour direction.

COROLLAIRE II.

Si deux Lignes droites, égales entr'elles & paralléles au Tableau sont également éloignées du Tableau, leurs Apparences seront égales. 11

Car

Car étant dans un Plan paralléle au Tableau, ces Lignes auront un même rapport avec leurs Représentations.

THEOREME III.

12 *Si une Ligne paralléle au Tableau est regardée par deux yeux qui soient dans un Plan paralléle au Tableau, les Apparences de cette Ligne seront égales.*

Si l'on suppose que par la Ligne proposée, il passe un Plan paralle-
* 9 le au Tableau, on aura * cette proportion; la distance des yeux à ce Plan, est à leur distance au Tableau, comme la Ligne donnée est à la Représentation de cette Ligne. Mais les trois premiers termes de cette proportion sont les mêmes pour chacun de ces yeux qui sont dans un même Plan paralléle au Tableau. Partant le quatriéme terme de cette proportion est aussi

le

le même dans les deux cas. Ce qu'il falloit démontrer.

THEOREME IV.

Si une Ligne droite étant continuée, rencontre le Tableau en un point, son Apparence sera une partie de la Ligne menée de ce point dans le Tableau à un autre point, où aboutit une Ligne droite qui part de l'œil paralléle à la Ligne proposée. 13

La Ligne CD étant continuée, rencontre le Tableau dans le point E. Il faut démontrer que son Apparence est une partie de la Ligne EH, qui est menée du point E au point H, où aboutit dans le Tableau, la Ligne OH qui part de l'œil paralléle à la Ligne donnée CD. Fig. 5.

L'interfection du Tableau avec le Plan ODC est la représentation de la Ligne donnée. Or ce Plan

ODC

ODC est une partie du Plan qui passe par les paralléles O H & E C.

Donc cette Représentation est une partie de l'intersection de ce dernier Plan avec le Tableau ; laquelle intersection est E H.

COROLLAIRE I.

14 *Toutes les Lignes paralléles entr'elles, qui étant prolongées rencontrent le Tableau, ont des Représentations, qui étant prolongées, se rencontrent toutes dans un point.*

Cela est évident, puis qu'on ne peut tirer de l'œil O au Tableau, qu'une seule Ligne O H, qui leur soit paralléle, & qu'ainsi toutes leurs Représentations sont les parties de Lignes qui se rencontreront au point H.

Def. 17. *Ce point est nommé le point accidental de ces Lignes paralléles.*

COROL-

COROLLAIRE II.

Deux ou plusieurs Lignes parallèles entr'elles & parallèles au Plan Géométral, si elles ne le sont pas au Tableau, ont leur point accidental dans la Ligne Horisontale. 15

Car le Plan Horisontal est parallèle au Plan Géométral.

COROLLAIRE III.

Les Représentations de toutes les Lignes parallèles à la Ligne de Station, se rencontrent au point de vûë. 16

Cela suit de ce que le Raïon principal est parallèle à ces Lignes.

COROLLAIRE IV.

Deux ou plusieurs Lignes égales, étant perpendiculaires ou également 17

lement inclinées de même part sur une même Ligne paralléle à la Ligne de Station, leurs Perspectives sont bornées par deux Lignes qui aboutissent au point principal.

Toutes ces Lignes étant paralléles & égales, la Ligne qui passe par leurs sommets est paralléle à celle qui passe par leurs bases, & celle-ci étant paralléle à la Ligne
* 16 de Station, il s'ensuit * que les Apparences de toutes deux aboutissent au point principal.

THEOREME V.

18 *La Perspective d'une Ligne indéfinie ne change point quand l'œil se meut dans une Ligne paralléle à la Ligne proposée.*

La Perspective de cette Ligne est l'intersection du Tableau avec un Plan qui passe par l'œil & par cette même Ligne. Or l'œil demeure dans ce même Plan quand il se

se meut dans une Ligne paralléle à la Ligne proposée ; & par conséquent la Perspective de cette derniére ne change point par ce mouvement.

REMARQUE.

Cette Démonstration ne se rapporte point à chaque partie de la Ligne donnée, mais à la Ligne en général.

THEOREME VI.

Soit AC une Ligne inclinée au Plan Géométral, & OD une autre Ligne tirée de l'œil au Tableau, & paralléle à la premiére AC. Maintenant qu'on méne dans le Plan Géométral BA parallele à la Ligne de terre, & DE dans le Tableau paralléle à la même Ligne ; & qu'on la méne en sorte que BA soit à AC, comme 19 Fig. 6.

ED

Ed à DO. Je dis que la Perspective de la ligne BC, qui passe par le point B, & par l'extremité de la ligne AC, étant continuée, rencontre le point E.

* 13. Il est évident * que pour démontrer cette vérité, il suffit de prouver que O E est paralléle à B C: ce qui se fait de la maniére suivante.

A B est paralléle à E D, & A C l'est à O D, par conséquent l'Angle E D O du Triangle O E D, est égal à l'Angle B A C du Triangle A C B; & ainsi ces deux Triangles sont semblables, puis qu'ils ont d'ailleurs deux côtez proportionels. Mais puis que ces deux Triangles semblables, ont deux de leurs côtez paralléles, le troisiéme B C est aussi paralléle à O E.

Ce qu'il falloit démontrer.

Co-

Corollaire.

Si l'on fait A B égale à A C & E D égale à O D, la Perspective de B C passera par le point E. 20.

Chapitre Troisiéme.

Pratique de la Perspective sur le Tableau Perpendiculaire.

POur donner une idée claire de la Théorie, j'ai considéré jusqu'ici le plan Géométral, comme un fond sur lequel seroient les objets & le Spectateur; & le Tableau comme une Fénêtre entre le Spectateur & les objets, dans laquelle on voudroit représenter ce qui paroîtroit au dehors. Mais pour la pratique, il faut concevoir la chose d'une toute autre manière: ce que

je

je vais expliquer le plus clairement qu'il me sera possible.

Supposons qu'un Peintre veüille, dans un Tableau dont il détermine la grandeur à son choix, dessiner une Campagne où il y ait des Arbres, des Maisons, des Rivières, &c. Par ce que nous avons dit, cette Campagne sera son Plan Géométral, & il devra considérer son Tableau comme une fenêtre, sur laquelle il doit trouver les points par où passent les raïons qui viennent de tous les points des objets vers son œil. Mais ces intersections des raïons & de la fenétre, ne peuvent être déterminées que par des lignes menées dans le Plan Géométral à la ligne de terre. Or il seroit impossible aux Peintres, de mener de pareilles lignes dans une Campagne; ainsi il faut qu'ils prennent un autre Plan Géométral plus commode.

Pour cet effet ils placent au bas

de

de leurs Tableaux, un Plan, dans lequel ils tracent en petit les bazes des Maisons, & des Arbres qui sont dans la Campagne, & l'appui des points, qui, dans ces objets, sont élevez au dessus de la Campagne, en conservant dans ce nouveau Plan Géométral, aux objets & à leurs diverses parties, la même disposition qu'elles ont véritablement entr'elles dans la Campagne.

A présent pour déterminer dans ce Plan la grandeur de l'espace que doivent occuper ces Figures, un Peintre, après avoir choisi la disposition qu'il veut donner à son œil par rapport au Tableau, doit tirer du point de Station, par les extrémitez du Tableau, deux lignes qui borneront l'endroit où ces figures doivent être placées, puisque les rayons qui, des Figures qui seroient au delà de ces lignes, partiroient vers l'œil, ne passeroient plus par le Tableau.

21. Ces Figures étant ainsi tracées dans le Plan Géométral, il ne s'agit plus que d'en trouver la Perspective dans le Tableau: mais ces Figures ne consistent que dans des lignes droites ou courbes. Pour trouver la représentation d'une ligne droite, il faut chercher seulement celle de ses extrémitez; & pour avoir l'apparence d'une ligne courbe, il ne faut que trouver la Perspective de plusieurs de ses points. Or comme tout ceci convient également aux Figures qui sont dans le Plan Géométral, & à celles qui sont au-dessus, il s'ensuit que toute la pratique de la Perspective se réduit à savoir trouver la représentation d'un point.

Pour trouver cette représentation, nous n'employons dans les Problêmes suivans que certaines lignes tirées dans le Plan Géométral & dans le Plan Horizontal, lesquelles par leur intersection avec

la ligne de Terre & avec la Ligne Horizontale, donnent le moyen de tracer dans le Tableau de nouvelles lignes, qui déterminent les Perspectives proposées. Or il est visible que pour trouver ces intersections, il n'est pas nécessaire de placer son Tableau perpendiculaire au Plan Géométral & au Plan Horizontal, ce qui rendroit le travail très pénible. On peut donc considérer le Tableau & le Plan Horizontal, comme couchez sur le Plan Géométral, & ne faisant qu'un même Plan avec lui.

Le Tableau peut être couché de deux maniéres, ou sur la face qui regarde les objets, ou sur celle qui est du côté de l'œil. Comme dans cette seconde situation on trace ses Représentations sur la face qui est vers les objets, le Tableau étant couché sur son autre face, ce qui doit être à droit dans ces Représentations est à gauche, & ce

qui doit être à gauche est à droit; cela faisant le même effet que si après avoir fait un dessein, on le regardoit par derriére.

Malgré ce défaut nous préférons cette seconde maniére de coucher le Tableau à la premiére: en voici les raisons. 1. Quand on couche le Tableau de l'autre façon, on le couche sur l'endroit du Plan Géométral où il y a déja des Figures tracées, ce qui avec les nouvelles lignes qu'on est obligé de tirer, cause une confusion très-incommode, & oblige toûjours à faire une copie de son Ouvrage. Inconvenient à quoi par la seconde méthode on est rarement exposé. 2. Par la maniére que nous avons choisie, on travaille avec beaucoup plus de facilité. Enfin on peut remédier en plusieurs manières au défaut que nous avons marqué. Car en traçant son Plan Géométral, on n'a qu'à mettre à droit ce qu'on veut

veut représenter à gauche : ou si le Plan Géométral est tracé sur du papier, on peut en le frottant d'huile ou de vernis le rendre transparent, & mettre ensuite en Perspective le revers du Papier. Et si tout cela n'accommode pas, après avoir achevé son Ouvrage, on peut en le copiant y corriger ce défaut ; ce que l'on peut faire aisément par la Géométrie, & si l'on veut plus facilement encore, en appliquant à la vitre le côté sur lequel on a tracé la Perspective.

Je couche donc mon Tableau sur le Plan Géométral, en sorte qu'il est entre le Plan Horizontal, & les Figures qu'il faut mettre en Perspective.

PROBLEME I.

Trouver la Perspective d'un point qui est dans le Plan Géometral. 22.

Soit Z le Plan Géométral, X Fig. 7.

le Tableau, IE la ligne de Terre, DV la ligne Horizontale, V le point de vûë, D un des points de distance, & A le point donné.

PRATIQUE.

Du point A, abaissez la Perpendiculaire AB sur la ligne de Terre, & du point de rencontre B, menez la ligne BV au point de vûë; prenez sur la ligne de Terre, BE égal à BA, & du point E tirez la ligne ED au point de distance D : le point *a* intersection de BV & de ED est la Perspective cherchée.

DÉMONSTRATION.

23. *16. La Perspective de la ligne AB est * une partie de la ligne BV. Si on suppose que de l'œil il parte une ligne vers le point D, & une autre du point A vers le point E, ces deux lignes seront paralléles, étant dans

dans des Plans paralléles, & faisant chacune avec le Tableau un angle demi droit; & par conséquent la Perspective de la ligne A E est * une partie de la ligne E D. * 13.
Or puisque le point A, est dans les deux lignes A B & A E, la Perspective de ce point sera aussi dans les Perspectives de ces deux lignes, & par conséquent en *a* commune Section de B V, & de E D.

Remarque.

Si la distance de l'œil étoit trop grande pour qu'on pût marquer un des points de distance sur la ligne Horizontale, on pourroit se servir d'un autre point F, qui ne seroit éloigné du point de vûë que du tiers ou du quart de la distance de l'œil, pourvû qu'on prît alors aussi une partie correspondante de la Perpendiculaire A B, pour la porter sur la ligne de Terre de B en G. 24.

25. C'est ainsi qu'on peut trouver la Perspective du point fort éloigné, pourvû que l'on connoisse sa distance au Tableau, & l'endroit où une Perpendiculaire tirée de ce point rencontreroit la ligne de Terre. Car après avoir mené une ligne comme B V, de cette rencontre au point de vûë, il faut prendre sur la ligne de Terre B E égal, par exemple, à la dixiéme partie de la distance du point dont on cherche la Perspective, & V H sur la ligne Horizontale, égal de même à la dixiéme partie de la distance de l'œil. Alors C intersection de B V, & de E H, sera la Perspective demandée. On doit employer cette méthode pour trouver les Lointains dans les Tableaux.

On peut encore trouver la Perspective du point A sans tirer la ligne B V, en prenant B I aussi égale à B A, & en tirant de ce point I une ligne à l'autre point de distance,

Planche 2.de

Fig. 5.

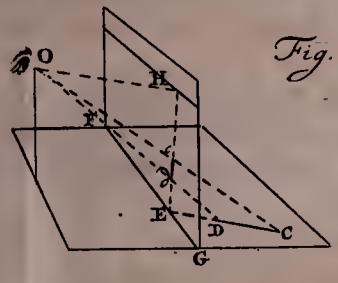


Fig. 6.

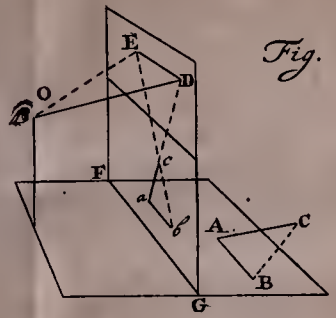
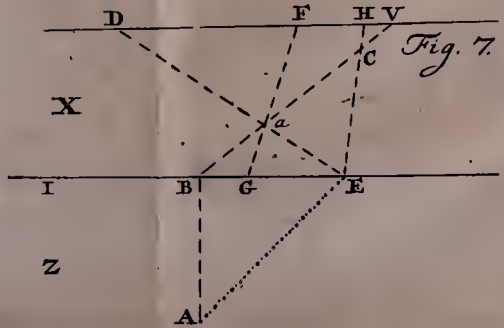


Fig. 7.



ce, laquelle donnera la Perspective du point A par son intersection avec E D.

SECONDE METHODE.

Le Plan Horizontal est Y, X le Tableau, Z le Plan Géométral, O l'œil, D C la ligne Horizontale, B E la ligne de Terre, & A le point donné. 26. Fig. 8.

PRATIQUE.

Du point A tirez à l'œil O une ligne qui coupe la ligne de Terre au point B & la ligne Horizontale au point C; prenez sur la ligne de terre B E égal à B A, & sur la ligne Horizontale C D égal à C O, joignez les points E & D par une ligne qui coupera la ligne A O dans le point *a* qui sera la Perspective cherchée.

DEMONSTRATION.

27. Le triangle O D C dans le Plan Horizontal, est semblable au triangle A B E dans le Plan Géométral; par conséquent A B est paralléle à O C, & A E à O D. Donc
*13 la Perspective de A doit être * dans les lignes B C & E D &. partant en *a* leur intersection.

REMARQUE.

28. Si on ne connoissoit point l'endroit où doit être placé l'œil dans le Plan Horizontal, mais que l'on eût le point de vûë; alors pour trouver l'endroit de l'œil, il faudroit élever dans le point de vûë à la ligne Horizontale, une perpendiculaire égale à la longueur du rayon principal; l'extrémité de cette perpendiculaire sera le point cherché.

Quand

Quand rien n'est déterminé, on peut prendre à discretion dans le Plan Horizontal, l'endroit où l'on veut placer l'œil.

TROISIEME METHODE.

Les mêmes choses étant données que dans la méthode précédente, de l'œil O comme centre, décrivez la portion de cercle I H qui rase la ligne Horizontale. 29. Fig 9.

PRATIQUE.

Du point donné A comme centre, décrivez la portion de cercle L C, rasant la ligne de Terre. Puis menez les deux lignes C H & L I, dont chacune rase les deux cercles L C & H I. Le point *a* intersection de ces deux lignes est la Perspective cherchée.

DEMONSTRATION.

30. Pour le démontrer, tirez la ligne A B, perpendiculaire à la ligne de Terre; O V perpendiculaire à la ligne Horizontale ; A C & O H perpendiculaires à la tangente H C. Toutes ces perpendiculaires rencontrent les lignes à quoi elles sont perpendiculaires dans les points où ces derniéres touchent le cercle L B C , ou H V I. Tirez aussi du point donné A, la ligne A E au point E, où la ligne H C coupe la ligne de Terre ; enfin tirez O D de l'œil O au point D, où la même ligne H C coupe la ligne Horizontale,

*27 Il est évident * que pour démontrer que la Perspective de A est dans la ligne C H, il suffit de prouver que O D est paralléle à A E. Je le prouve ainsi.

A cause des triangles semblables

O G V

OGV & ABF.

AF, AB :: OG, OV.

altern.

AF, OG :: AB, OV.

Divid. & altern. la premiére proportion.

AF - AB = CF, OG - OV = HG :: AB, OV.

Mais à cause des triangles semblables E CF & HGD.

CF, HG :: EF, GD

Donc si l'on à égard aux deux derniéres proportions des autres triangles.

EF, GD :: AF, OG,

& l'Angle AFE étant égal à l'Angle OGD, les Triangles AEF & ODG sont semblables ; & partant, AE est paralléle à OD. Ce qu'il falloit démontrer. On démontrera de même que la Perspective du point A est dans la ligne LI, & par conséquent en *a* intersection de cette ligne avec HC.

REMARQUE.

Bien que cette méthode paroisse plus difficile que les précédentes, à la considérer Géométriquement, elle ne laisse pas d'être plus aisée dans la pratique pour les points qui ne sont pas trop éloignez de la ligne de terre : car on peut fort bien tirer à la vuë, des cercles qui rasent des lignes, & des lignes qui rasent des cercles.

QUATRIEME METHODE.

31. Par l'œil O tirez à la ligne de Terre la paralléle F O G ; prenez
Fig. 10. sur cette ligne F O égal à la hauteur de l'œil, & O G égal à longueur du rayon principal. A est le point donné.

PRA-

Planche 3.me

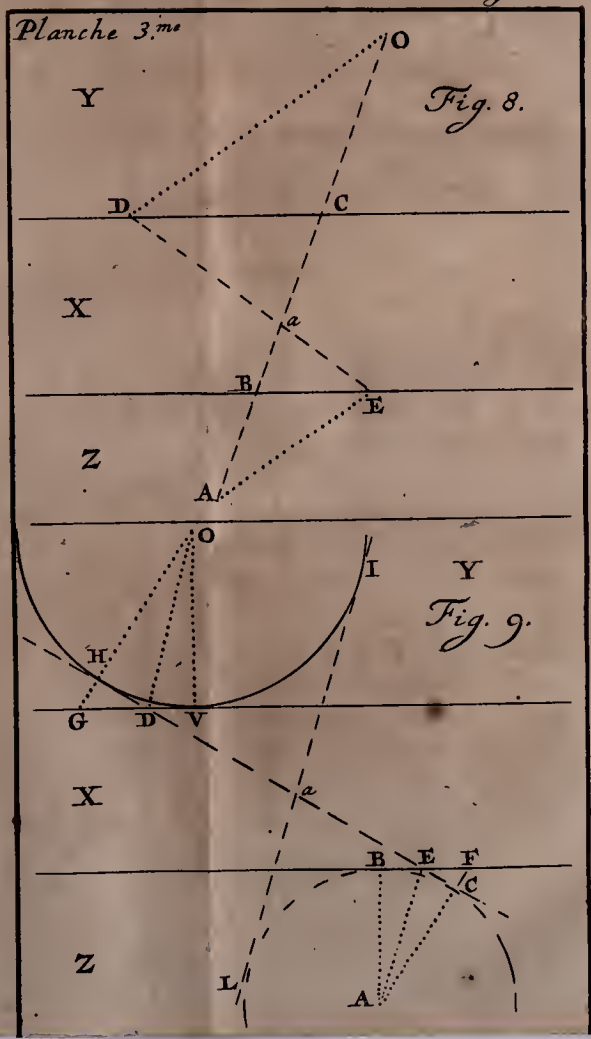


Fig. 8.

Fig. 9.

PRATIQUE.

Sans employer le compas.

Menez du point donné A, aux points O & F les lignes A O & A F, & du point E où A F coupe la ligne de Terre, tirez au point G la ligne E G; le point *a* intersection de A O & E G est la Perspective cherchée.

DEMONSTRATION.

Du point G abaissez sur la ligne de Terre la Perpendiculaire G M, & menez par l'œil O la ligne O D au point D intersection de la ligne Horizontale avec G E. 32.

A cause des Triangles semblables
GDL & GEM
GD, GE :: GL, GM.
Mais G O a été fait égale à G L, & O F à L M

donc.

donc

GD, GE :: GO, GF

& par conséquent les Triangles G O D & G F E sont semblables, & les ligne O D & A E F parallé-
*13 les entr'elles, & partant * la Perspective de A E est une partie de la ligne E D G. On a démontré d'ail-
*27 leurs * que la Perspective du point A est dans la ligne A O; partant elle est en *a* intersection de cette derniére ligne avec E D G. Ce qu'il fallоit démontrer.

Remarque.

33. On voit par cette Démonstration qu'il n'est pas nécessaire de prendre justement G O égal à la distance de l'œil, & O F égal à sa hauteur, mais qu'il suffit que ces deux lignes ayent entr'elles la même proportion qui est entre cette distance & cette hauteur. Il n'est pas même nécessaire de prendre les

points

points G & F dans une ligne parallèle à la ligne de Terre, mais on peut se servir de quelqu'autre ligne que ce soit, qui passe par l'œil O. Soit par exemple *g* O *f* une ligne menée au hazard par l'œil O; prenez à discrétion sur cette ligne le point *g*, par lequel menez aussi à discrétion la ligne *g* N I, coupant la ligne Horizontale en N, & la ligne de Terre en I; menez la ligne O N, & par le point I menez lui une parallèle I *f* coupant la ligne *g* O *f* en *f*.

On pourra se servir alors des points *g* & *f* au lieu de G & F; car il est évident que dans toutes les lignes qu'on pourra mener, comme *g* N I, *g* N sera toûjours à *g* I :: *g* O, *gf*, ce qui suffit pour la Démonstration.

Si on avoit premiérement déterminé le point *f*, on auroit trouvé le point *g*, par une opération contraire à celle que nous venons de décrire.

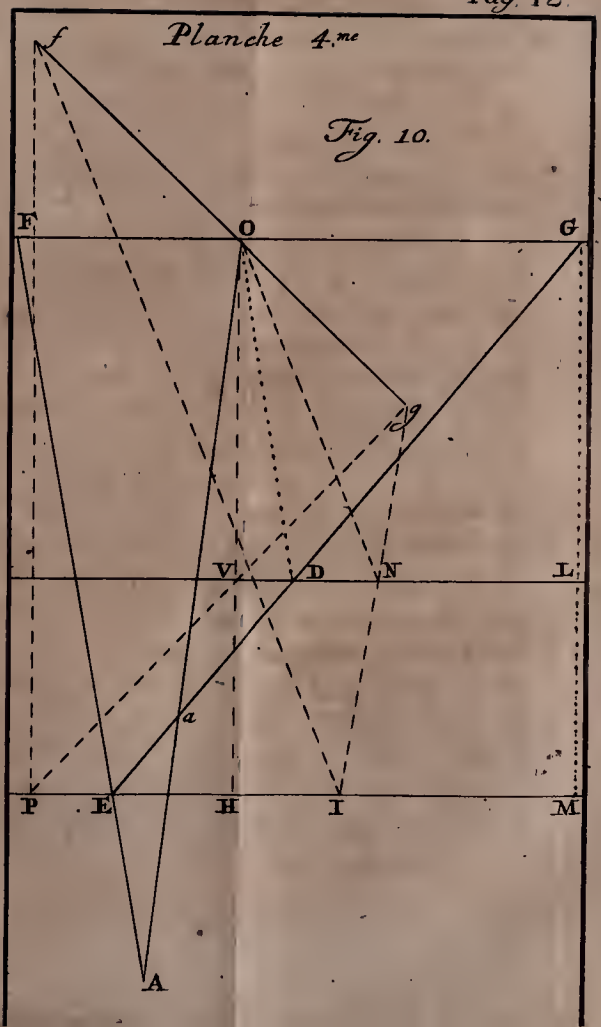
Quand

34. Quand rien n'est déterminé on peut, après avoir tiré une ligne qui doit servir de ligne de Terre, prendre à discrétion, sur une autre menée au hazard, les trois points *g* O *f*; de sorte que dans ce cas on n'a en aucune maniére besoin du Compas, pour mettre en Perspective quelque Figure que ce soit, qui est dans le Plan Géométral. Mais si après avoir travaillé de la sorte, on vouloit connoître le point de vûë la distance & la hauteur de l'œil, il faudroit par les points *f* & O abaisser sur la ligne de Terre, les Perpendiculaires *f* P & O H, & mener la ligne P *g* le point V où elle coupe la Perpendiculaire O H est le point de vûë cherché, & les parties O V & V H déterminent la distance & la hauteur de l'œil.

CIN-

Planche 4.me

Fig. 10.



CINQUIEME METHODE.

Quand on a la Perspective d'un point connu. 35.

Soit A un point dans le plan Géométral, *a* sa Représentation dans le Tableau, il faut trouver celle de B. Fig. 11.

PRATIQUE.

Sans employer le Compas.

Menez du point B une ligne à l'œil O, & une autre au point A du point E où cette derniére étant continuée rencontre la ligne de Terre; tirez la ligne E *a*, qui par son intersection avec BO donne le point cherché *b*.

DE-

DEMONSTRATION.

36. Le point E est sa propre Représentation : & puisque le point *a* est la Représentation de A, la ligne E *a* est celle de E A. Or puisque le point B est dans la ligne E A, la Perspective de ce point sera aussi
* 27 dans E *a*, de même que dans B O* & par conséquent en *b* intersection de ces deux lignes.

REMARQUE.

37. Si le point A étoit dans la ligne B O, ou que la ligne B A fût paralléle ou fort peu inclinée à la ligne de Terre, on ne pourroit pas se servir de cette méthode, qu'en trouvant par le moyen du point A la Perspective d'un autre point pris à discrétion dans le Plan Géométral, la quelle serviroit dans la suite pour trouver celle du point B ; mais le plus

plus court dans ces cas là, est d'employer quelqu'une des méthodes précédentes.

COROLLAIRE.

On voit par cette méthode que 38.
quand on à la Perspective de deux points que l'on connoît, on peut trouver celle de quelqu'autre que ce soit, sans avoir égard à la situation de l'œil, puisque dans ce cas on peut mener deux lignes telles que E *a* qui par leur intersection donnent le point cherché.

SIXIEME METHODE.

Les mêmes choses étant données 39.
que dans la méthode seconde, soit Fig. 12.
F C la ligne Géométrale.

PRA-

PRATIQUE.

Du point donné A menez à discrétion deux lignes A F & A C, qui coupent la ligne de Terre dans les points E & B, & rencontrent la ligne Géométrale dans les points F & C. De ces deux derniers points menez à l'œil les lignes F O & C O, puis par le point E menez E *a* parallèle à F O & par le point B, B *a* parallèle à C O. Le point *a* intersection de ces deux lignes sera le point cherché.

On peut aussi commencer par tirer au hazard les lignes O F & O C, & mener par leur rencontre avec la ligne Géométrale, les lignes A C & A F; ce qui revient à la même chose.

DÉMONSTRATION.

Pour la Démonstration, ayant continué la ligne E *a* jusques à ce qu'elle rencontre la ligne Horizontale en D, menez un ligne de D à l'œil, & menez par l'œil une parallèle à la ligne de Terre.

Les parallèles O M & F C sont autant éloignées l'une de l'autre que L D l'est de E B; d'où il s'ensuit que F O est égal à E D, & partant O D parallèle à F A. Donc* la Perspective de E A est une partie de E D. On démontrera de même que la Perspective de B A est une partie de B *a*. *13

REMARQUE.

Quand on n'a rien de tracé, & que l'on veut employer cette méthode, on peut se passer de la ligne Horizontale; & alors après avoir tracé 40.

tracé la ligne Géométrale, dont la distance à la ligne de Terre est égale à la longueur du rayon principal, on prend la distance de l'œil à la ligne Géométrale égale à la hauteur de l'œil.

Quoi que cette méthode paroisse inutile, étant plus difficile que les précédentes, nous montrerons dans le Chapitre huitiéme l'usage qu'on en peut tirer.

COROLLAIRE.

42. Il suit de cette Démonstration que les Perspectives des lignes qui passent par le point de Station, sont toutes Perpendiculaires à la ligne de Terre. Car si de l'œil O on abaisse sur la ligne Géométrale la Perpendiculaire O S, les Perspectives de toutes les lignes qui passent par S seront Perpendiculaires à la ligne de Terre; mais ce point S est le point de Station. Donc &c.

PRO-

Planche 5.me

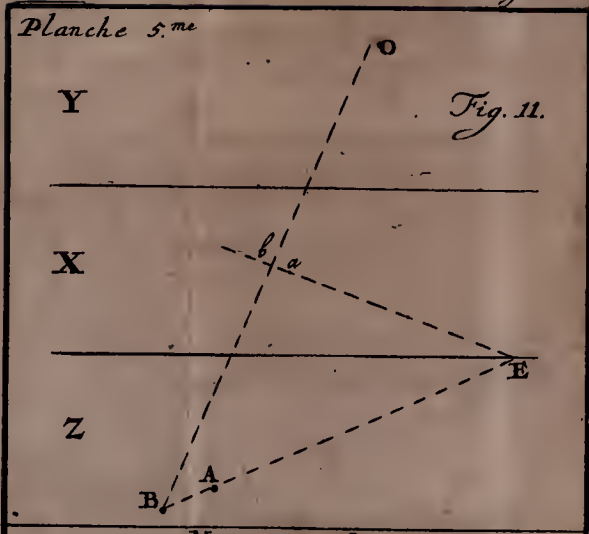


Fig. 11.

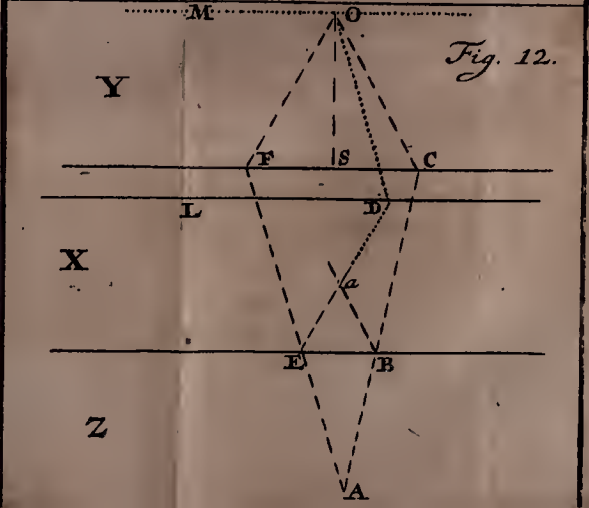


Fig. 12.

PROBLEME II.

Mettre en Perspective une ligne qui est dans le Plan Géométral. 43.

J'ai dit * que pour avoir la Perspective d'une ligne droite, il suffisoit de trouver celle des extrémitez de cette ligne; & quoi qu'il ne soit pas mal aisé de trouver * la Perspective de deux points, j'ajoûterai néanmoins ici la maniére de trouver plus facilement en certains cas la Perspective d'une ligne. * 21. * 22.

1. Soit AB une ligne paralléle à la ligne de terre. Pour en avoir la Perspective, après avoir trouvé le point *a* Perspective de A, une des extrémitez de cette ligne; menez par cette Perspective une paralléle à la ligne de terre; bornez cette paralléle par la ligne B O Fig 13.

menée de B à l'œil : alors *b a* sera la Perspective cherchée.

44. 2. Soit C G une ligne, qui étant continuée rencontre la ligne de terre en E. Pour en trouver la Perspective, menez à cette ligne par l'œil O, une parallèle qui rencontre la ligne Horizontale en D ; joignez les points E & D par une ligne E D ; coupez cette ligne aux points *c* & *g*, par des lignes qui des points C & G aboutissent à l'œil ; la partie *c g* de la ligne E D est la Perpective cherchée.

Remarque.

Si les lignes G O & C O rencontroient trop obliquement E D, pour qu'on pût déterminer exactement leurs intersections, on ne pourroit pas se servir de cette Méthode.

PRO-

PROBLEME III.

Trouver la Perspective des divisions d'une ligne qui est dans le Plan Géométral. 45.

Soit A B une ligne dont la Perspective est *a b*. Pour trouver la Répréſentation des diviſions de cette ligne, il faut mener de ces diviſions à l'œil, des lignes qui par leurs interſections avec *a b* donneront les points que l'on cherche. Fig. 14.

Quand ces lignes rencontent trop obliquement *a b*, on doit ſe ſervir de la méthode ſuivante.

SECONDE METHODE.

Pour trouver la Perſpective des diviſions de la ligne G C, prenez à diſcretion, hors de cette ligne, le point D, dont il faut trouver * 46. Fig. 14. *22

la Perspective *d*; puis par les divisions proposées, menez des lignes à ce point D, & des points où ces lignes prolongées rencontrent la ligne de terre; menez par la Perspective *d*, d'autres lignes, qui par leur rencontre avec *c g*, Représentation de C G, donneront les divisions cherchées.

PROBLEME IV.

47. *Mettre en Perspective un Poligone ou quelque autre figure qui est dans le Plan Géométral.*

* 21. On peut * trouver la Perspective de toutes sortes de figures, par chacune des méthodes du Problême 1. * La quatriéme * généralement est la plus facile; on peut s'en servir d'abord pour trouver la Perspective de quelques points, ou quel-
* 22.
* 31.

Planche 6.me

Fig. 13.

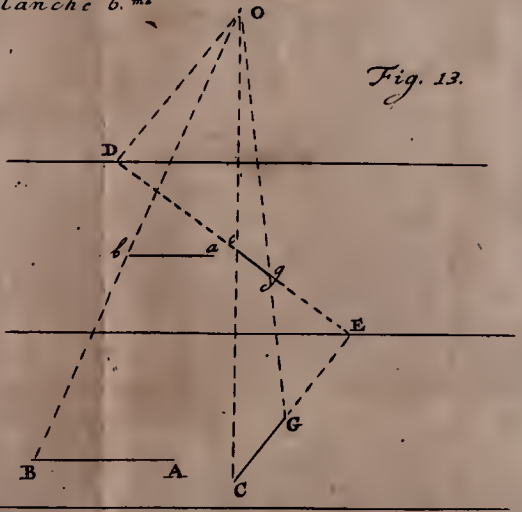
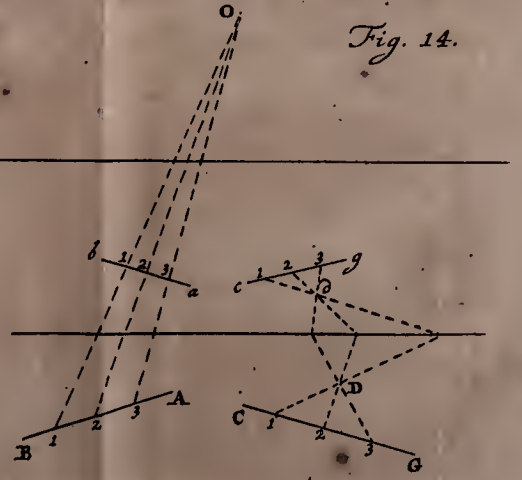


Fig. 14.



quelquefois seulement d'un seul ; après quoi la méthode cinquiéme * fert à trouver le reste. Quelquefois encore on abrége par les deux Problêmes précédens, comme on le verra dans les exemples qui suivent. * 35.

EXEMPLE I.

Mettre en Perspective un Pentagone qui a un de ses côtez paralléle à la ligne de terre.

Soit A B C D E le Pentagone proposé, dans le quel tirez la ligne B D qui sera paralléle à A E, par ce que le Pentagone est régulier. Fig. 15.

Trouvez * la Perspective de ces deux lignes A E & B D & vous aurez celle de quatre coins du Pentagone ; pour déterminer le cinquiéme, cherchez * la Perspective d'une ligne qui aille de C en E, & qui * 44. * 43.

dans l'exemple présent est parallèle à la ligne de terre, AB ayant été fait parallèle à la même ligne.

EXEMPLE II.

Mettre en Perspective un Parallélograme partagé en plusieurs autres Parallélogrames.

Fig. 17. Soit ABCD un parallélograme partagé en plusieurs autres.

Menez par l'œil O à la ligne AD, la parallèle OG, qui rencontre la ligne Horizontale en G; menez aussi à AB la parallèle OF rencontrant la même ligne Horizontale en F. Prolongez les côtez du parallélograme & les lignes qui le divisent, jusques à la ligne de terre; & des points où aboutissent AD, CB, & les lignes qui leur sont parallèles, menez des lignes au point G.

G. De même des points où aboutissent AB & DC avec leurs paralléles, il faut tirer au point F des lignes, qui par leur intersection avec celles qui vont au point G, donneront la Perspective que l'on cherche.

REMARQUE.

Quand on ne peut pas user de la méthode que nous venons de donner, il faut trouver * la Perspective des divisions qui partagent les côtez du parallélograme. Souvent même on doit avoir recours à cet expédient pour quelques-uns des côtez, quoi qu'on ait les points accidentaux G & F. Cela arrive quand le parallélograme est si éloigné du Tableau, que ses côtez étant prolongez ne peuvent pas rencontrer la ligne de terre. * 45.

Remarquez encore que cet exemple seul peut suffire pour mettre 48.

en Perspective toutes sortes de figures, quand elles sont dans le Plan Géométral : pour cet effet on circonscrit à ces figures un parallélograme quelconque, & on le divise en plusieurs autres : on met en Perspective ce parallélograme ainsi divisé, & on y transporte la figure donnée, en lui donnant par rapport aux petits parallélogrames dans le Tableau, la même situation qu'elle avoit à l'égard des petits parallélogrames dans le Plan Géométral.

EXEMPLE III.

49. ***Mettre en Perspective un Cercle.***

Fig 16. * 21 Il faut * trouver la Représentation de plusieurs points d'un Cercle ou de quelqu'autre ligne courbe que l'on veut mettre en Perspecti-

spective. On le fait commodément en menant dans cette Courbe plusieurs cordes paralléles entr'elles, dont on trouve * les Perspectives, par les extrémitez desquelles on mene une ligne courbe, qui est la Perspective cherchée. On pourroit trouver la même chose en faisant passer ces cordes par un point dont on auroit la Perspective. * 44.

Remarque.

Soit G I *la ligne Géométrale.* 50. *Par le centre* P *du Cercle, dont on cherche la Perspective, abaissez à cette ligne la Perpendiculaire* P F, *que vous diviserez en deux également en* R. *De* R *comme centre, & pour rayon* R P, *décrivez la portion de Cercle* MPN, *coupant le cercle donné en* M *& en* N. *Si alors on trouve la Perspective de* L H *& de* N M, *on aura deux diametres conjuguez d'une* Fig. 16.

Ellipse qui est la Perspective cherchée, & qu'on peut décrire par quelqu'une des méthodes que donnent les Auteurs qui ont traité des Sections coniques.

Je ne m'arrêterai pas ici à démontrer cette vérité. Voyez la prop. 10. *livr.* 2. *du grand Ouvrage Latin sur les Sections coniques, composé par Mr. de la Hire, dont la démonstration peut s'appliquer ici. Si l'on considére* 1. *Que c'est dans les points* M & N *que les Tangentes menées au Cercle du point* F, *touchent le cercle.* 2. *Que les rayons visuels qui partent de l'œil vers tous les points de la circonférence du cercle forment un cone.* 3. *Que la Perspective du cercle, est la section de ce cone par le Tableau. Enfin on doit considérer la ligne* GI *comme si c'étoit l'intersection du Plan Géométral avec un Plan qui passeroit par l'œil parallele au Tableau.*

PRO-

Planche 7.eme

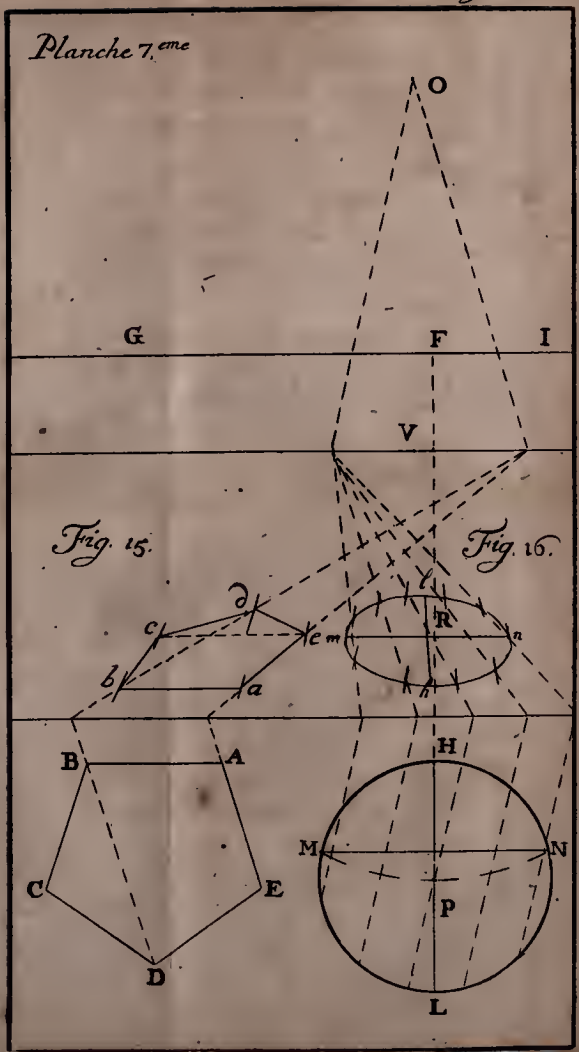
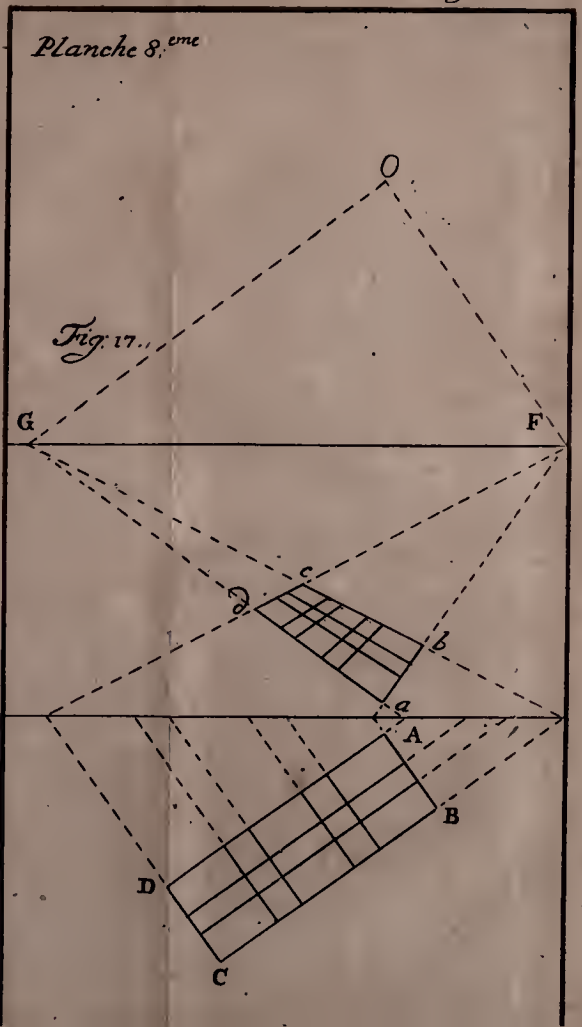


Planche 8.eme



PROBLEME V.

Trouver la Perspective d'un point en l'air au dessus du Plan Géométral. 51.

Soit G S la ligne Géométrale, S le point de Station. Prenez S F sur la ligne Géométrale égal à la hauteur de l'œil. A est l'assiéte du point donné. Fig. 18.

PRATIQUE.

Portez sur la ligne Géométrale F C égal à la hauteur du point donné au-dessus du Plan Géométral; puis menez du point A des lignes aux points S & C, & dans le point B intersection de la ligne A S avec la ligne de terre; élevez à la ligne de terre la perpendiculaire B I égale à E B, plus F C, & le point I sera la perspective cherchée. C 6 De-

DÉMONSTRATION.

52. Supposons que par l'œil & par le point proposé il passe un Plan perpendiculaire au Plan Géométral, Il est évident que l'intersection de ces deux Plans est la ligne A B S, & que l'intersection du Plan que nous venons de supposer avec le Tableau, est B I. Soit maintenant
Fig. 19. X ce Plan, *a b s* les points marquez des mêmes lettres dans la figure précédente, *b i* est l'intersection de ce Plan avec le Tableau, O est l'œil & D le point proposé; il faut démontrer que si on mene O D, la ligne B I de la figure précédente sera égale à *b i* dans cette figure; pour cet effet menez par le point D la ligne D L M paralléle à *a b s*. Par les triangles semblables D M O & D L *i*

D M = *a s*, D L = *a b* : : M O, L *i*

Dans la figure précédente on a les trian-

triangles semblables A S C & A B E, par conséquent

AS, AB :: CS, EB

les trois premiers termes de ces deux progressions sont les mêmes ; car C S est égal à M O, puis qu'ils sont tous deux la différence de la hauteur du point donné avec la hauteur de l'œil ; par conséquent E B est égal à L *i* ; mais B I a été fait égal à B E, plus F C la hauteur du point donné au-dessus du Plan Géométral, & b *i* est égal à L *i*, plus *b* L qui étant égal à *a* D, est aussi la hauteur du point donné au-dessus du Plan Géométral ; donc ces deux lignes B I & *bi* sont égales entr'elles. Ce qu'il falloit démontrer.

REMARQUE.

Quand la hauteur du point donné est plus grande que la hauteur de l'œil, il faut retrancher de cette prémiére hauteur E B, pour avoir la grandeur de B I.

PROBLEME VI.

53. *Mettre en Perspective une Piramide ou un Cone.*

Fig. 20. Pour la Piramide, trouvez * la
* 47. Perspective de la baze de la Pira-
* 51. mide, & * celle de son sommet; puis de la Perspective du sommet menez des lignes à la Perspective des angles de la baze, visibles à l'œil pour lequel on travaille, & on aura la Perspective démandée.

Fig. 21. Pour le cone, après avoir trou-
* 47. vé * la Perspective de sa baze &
* 51. * celle de son sommet, il faut mener par la Perspective du sommet des lignes qui razent la représentation de la baze, & on aura la Perspective du cone. Mais comme de cette maniére on est obligé de chercher la Perspective de toute la baze, quoi qu'il y en ait une qui ne peut pas

pas être vûë, on pourra par la méthode suivante déterminer sur la baze la partie qui en est visible, dont il suffira de trouver la Perspective ; alors pour achever celle du cone, des extrémitez de la partie visible de la baze, on ménera des lignes à la Perspective du sommet.

Déterminer la partie visible de la baze d'un Cone. 54.

Soit le cercle L I F la baze du cone dans le Plan Géométral, A le centre de cercle. Fig. 21.

Pratique.

Prenez en quelque endroit de la ligne de terre, P Q égal au demi-diametre du cercle L F ; élevez au point P à la ligne de terre la perpendiculaire P D G, rencontrant la ligne Horizontale en G ; prenez sur cette perpendiculaire P D égal à la hauteur du cone, & menez la ligne

gne QDH, qui rencontre la ligne Horizontale en H. De A comme centre, prenant pour rayon GH, tracez le cercle BCE, & du même point A, menez une ligne au point de Station S; divisez AS en deux parties égales en R; & de R comme centre par le rayon RA, décrivez l'arc de cercle BAC, coupant le cercle BEC dans les points B & C; menez les lignes BAF & CAL, & vous déterminerez la portion visible LIF du cercle de la baze du cone.

DÉMONSTRATION.

Pour la Démonstration, tirez les lignes BC & LF *qui coupent la ligne* AS *en* N & *en* M; *prenez* G^n *égale à* AN & *menez la ligne* $_n$D^m. *Il est clair que si l'on continuë le cone au-dessus de son sommet, c'est-à-dire, qu'on forme le cone opposé, ce cone coupera le Plan*

Plan Horizontal dans un cercle égal à BEC, *& dont* BEC *sera l'assiéte: de sorte que le point* S *est à l'égard de* BEC, *dans la même situation qu'auroit l'œil, par rapport au cercle formé dans le Plan Horizontal par la continuation du cone; d'où il s'ensuit que* BC *est l'assiéte de la portion visible de ce cercle. Car par la construction,* B *&* C *sont les points d'attouchement des Tangentes au cercle* BEC, *qui passeroient par le point* S, *puisque l'angle* ABS, *étant dans un demi cercle, seroit droit.*

Maintenant si on suppose un Plan qui passe dans le Plan Horizontal par les points dont B *&* C *sont l'assiéte, & qui coupe les deux cones opposez en passant par leur sommet, il est évident que ce plan continué coupera le Plan Géometral dans une ligne qui sera paralléle à* BNC, *& que cette ligne déterminera sur ce plan la portion visi-*

visible de la base du cone. Ainsi, puisque G*n a été fait égal à* AN, *il suffit de démontrer que* P*m est égal à* AM. *Car il s'ensuivra de là que* LMF *est la commune section du Plan Géométral avec le plan que nous avons imaginé descendre du Plan Horizontal.*

Dans les triangles semblables DQP *&* GHD,

DG, DP :: GH, PQ.

A cause des triangles semblables DP*m &* DG*n*,

DG, DP :: G*n*, P*m*,

donc

GH, PQ :: G*n*, P*m*.

Les triangles semblables BAN *&* LAM *donnent*

BA, AL :: AN, AM.

Mais les trois prémiers termes de ces deux derniéres proportions sont égaux entr'eux; donc P*m est aussi égal à* AM. *Ce qu'il falloit démontrer.*

RE-

Remarque.

Quand la hauteur du cone est plus grande que celle de l'œil, les points G & H se trouvent au dessous du point D. Dans ce cas-là on prolonge les lignes AB & AC, en sorte qu'elles coupent le cercle dans les points *l* & *f* opposez à L & F : & la partie *lIf* est la partie visible. 55.

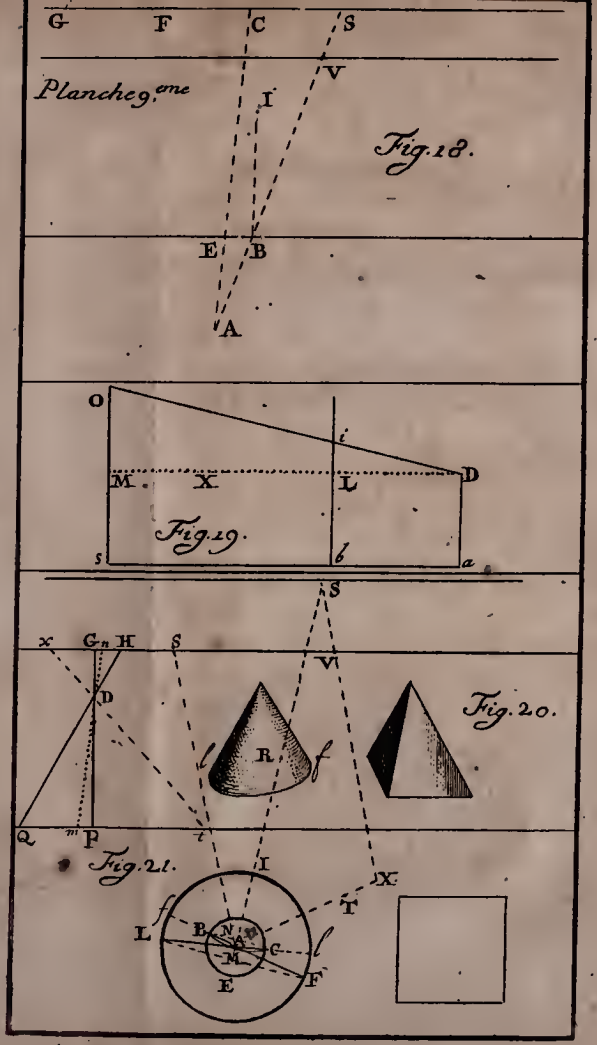
Quand le cone est incliné, de sorte que T, par exemple, soit l'assiéte de son sommet, il faut mener AT, & après avoir pris PD égal à la hauteur perpendiculaire du cone, & P*t* égal à AT, il faut mener la ligne *t*D*x*, & prendre sur AT, la partie TX égale à G*x* ; puis, après avoir mené XS, menez lui la paralléle A*s* qui lui soit égale ; après quoi il faut appliquer entiérement ici l'opération que j'ai décrite pour le cone perpendiculaire, avec

avec cette seule différence, qu'il faut se servir du point *s*, au lieu de se servir du point de Station S. Quand la hauteur du cone est plus grande que celle de l'œil, il faut prendre le point X sur la ligne TA entre les points T & A.

La raison de toute cette opération est évidente, après la démonstration du cone perpendiculaire; car il est clair que x *est l'assiéte du centre du cercle, que forme dans le Plan Horizontal le cone continué; par conséquent le point s, est à l'égard du cercle* B E D, *dans la même situation que le seroit l'œil à l'égard de l'intersection du cone continué & du Plan Horizontal.*

Remarquez encore que par la méthode ordinaire la Perspective du cone ne peut presque jamais être aussi exacte qu'elle le sera par celle-ci.

PRO-


G
F
C
S
V
Planche 9.me
I
Fig. 18.
E
B
A
O
i
D
M
X
L
Fig. 19.
s
b
a
S
x
G n H
S
V
D
Fig. 20.
R
Q
m
P
i
Fig. 21.
I
X
T
L
B
N
A
C
M
E
F

PROBLEME VII.

Trouver la Perspective d'une ligne, perpendiculaire au Plan Géométral. 56.

Il faut trouver l'apparence d'une ligne égale à BC & perpendiculaire au Plan Géométral dans le point A. Fig. 22.

PRATIQUE.

Prenez en quelque endroit que ce soit de la ligne terre, ED égale à BC; des points D & E tirez DF & EF au point F pris à discretion dans la ligne Horizontale. Ensuite ayant trouvé *a Représentation du point A, menez *a* H parallèle à la ligne terre, & *a* I perpendiculaire à cette même ligne, & vous aurez la Perspective cherchée en faisant *a* I égal à GH. * 22.

DE-

DÉMONSTRATION.

57. Cette Perspective doit être perpendiculaire à la ligne de terre*, & égale* à la Perspective de la ligne AL, qu'on tirera du point A paralléle à la ligne de terre, & qu'on fera de la même grandeur que BC. Si des extrémitez de la ligne AL on abaisse à la ligne de terre des perpendiculaires qui la rencontrent dans les points P & M, & que de ces points on mene des lignes au point de vûë V, alors *a*N sera* la Perspective de AL; & puisque PM est égale à DE, *a*N le sera aussi à GH, & par conséquent *a*N sera égale à *a*I, qui est égale à GH.

*6 *10 *5. 16

SECONDE METHODE.

58. Les mêmes choses étant données que dans la Méthode précédente. Fig. 23.

PRA-

Pratique.

De A comme centre & pour rayon BC, décrivez l'arc de cercle LM, & tirez par l'œil la ligne OL qui le raze ; puis du centre *a*, Représentation de A ; décrivez l'arc de cercles GI razant la même ligne LO, & coupant dans le point I une autre ligne qui passe par *a* & qui est perpendiculaire à la ligne de terre ; ce point sera l'extrémité de la Perspective cherchée.

Démonstration.

Pour la Démonstration, abaissez sur la ligne OL les perpendiculaires AL & *a*G qui la rencontrent dans ses points d'atouchement aux cercles ML & GI.

Prenez aussi sur la ligne de terre DE, égal à BC ou AL, & tirez la

la ligne DF ; puis menez par *a*, *a*H paralléle à la ligne de terre.

Fig. 24. Considérez à présent la figure X qui représente un plan qui passe par l'œil & par le point A de la figure précédente ; *of*, y représente OF ; *fe*, y représente FE ; & enfin *e*A, y représente EA de la même figure précédente.

* 27 *of* est * paralléle à *eA*, & par conséquent le triangle *ofa* est semblable au triangle *aeA*, & partant on a cette proportion.

of, *fa* : : A*e*, *ea*

comp.

of + *af*, *fa* : : A*e* + *ea*, *ea*

altern.

of + *fa*, A*e* + *ea* : : *fa*, *ea*

comp. & perm.

of + *fa* + A*e* + *ea*, *of* + *fa* : : *fa* + *ea*, *fa*

Cette derniére proportion étant réduite à la figure précédente, elle donne celle-ci,

OA, O*a* : : FE, F*a*.

A cause des triangles semblables OAL & O*a*G. OA,

OA, O*a* :: AL, *a*G,
& par les triangles semblables FED & F*a*H.

FE, F*a* :: DE, H*a*,
& par conséquent si l'on considére ces trois proportions, on aura

AL, *a*G :: DE, H*a*

Mais DE a été fait égal à AL, & partant *a*G ou *a*I l'est aussi à *a*H, qui * est égale à la Perspective que l'on cherche. Ce qu'il falloit démontrer. *57

TROISIEME METHODE.

59. Vers un des côtez du Tableau, élevez à la ligne de terre la perpendiculaire CB, égale à la hauteur de l'œil; & prenez sur cette perpendiculaire BL égal au double de la perpendiculaire dont on demande la Perspective. S est le point de Station; A celui ou la perpendiculaire rencontre le Plan Géometral. Fig. 25.

Pratique.

Sans employer le Compas.

* 31. Après avoir trouvé * *a* Perspective de A, menez la ligne A S coupant la ligne de terre en E, par lequel point E menez la ligne E *a*; du point B, menez au point *a* une ligne B *a* coupant la ligne Horizontale en F; par le point F, menez au point L une ligne qui coupe E *a* en I; alors *a* I est la Perspective cherchée.

Démonstration.

Pour la Démonstration, soit GN une perpendiculaire à la ligne de terre, au point G intersection de cette ligne avec la ligne B F; soit aussi G D égal à la perpendiculaire dont on a cherché la Perspective, & *a* H paralléle à la ligne de terre.

Il

Planche 10.me

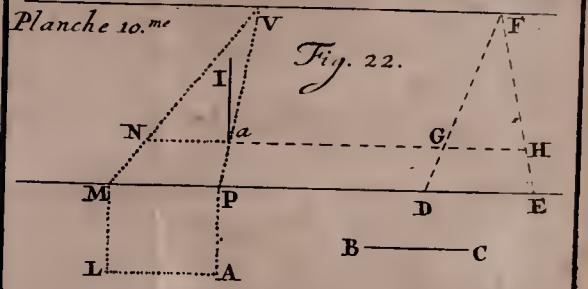


Fig. 22.

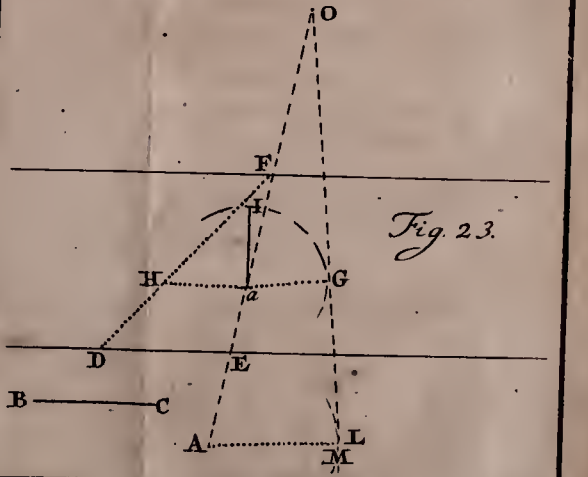


Fig. 23.

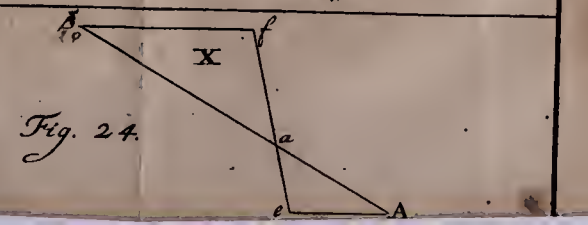


Fig. 24.

Il est clair que la Perspective de E A est E *a*: mais E A passe par le point de Station; par conséquent* sa Perspective est perpendiculaire à la ligne de terre; ainsi * il suffit de faire voir que *a* I est égal à *a* H. * 42 * 57

Dans les triangles semblables B G C & B F M.

B C, B M :: B G, B F.

Mais B M par la construction est double de B C; donc B F est aussi double de B G, qui, par conséquent, est égal à G F.

A cause des triangles semblables F G N & F B L.

F G, F B :: G N, B L.

Or on vient de démontrer que F G est la moitié de F B, donc G N est aussi la moitié de B L, & par conséquent égal à la hauteur de la perpendiculaire proposée.

Les triangles F G N & F *a* I étant semblables

F G, F *a* :: G N, *a* I

Mais F G, F *a* :: G D, *a* H, à cause

des triangles semblables F G D & F *a* H.

donc

G N, *a* I :: G D, *a* H.

Or G N vient d'être démontré égal à la perpendiculaire dont a cherché la perspective, & D G est supposé égal à cette perpendiculaire; donc ces deux lignes sont égales entr'elles, & partant *a* I & *a* H le sont aussi. Ce qu'il falloit démontrer.

Remarque.

On auroit pû prendre C P égal à la Perpendiculaire, & se servir du point C au lieu de B, & du point P au lieu de L. La raison pourquoi j'aime mieux employer les points B & L, c'est qu'il faudroit presque toûjours continuër la ligne Horizontale pour la couper par une ligne qui passeroit par C & *a*; quelquefois même cette intersection ne se feroit qu'à une distan-

distance infinie, au lieu qu'en employant le point B, F M ne peut jamais être plus du double de la largeur du dessein que l'on veut faire.

Corollaire.

On peut resoudre le prob. 8. par celui-ci; car un point en l'air peut être consideré comme l'extrémité d'une perpendiculaire au Plan Géométral.

Probleme VIII.

Mettre en Perspective un Prisme ou un Cilindre perpendiculaire au Plan Géométral. 60.

La baze du Prisme dans le Plan Géométral est G H I L M N; la perspective de la partie visible de cette baze, dans le Tableau; est Fig. 26.

ngh i our achever la représentation du Prisme, menez par les points *ngh* & *i*, des perpendiculaires à la ligne de terre; déterminez * la longueur de ces perpendiculaires, en sorte quelles représentent des perpendiculaires au Plan Géométral, égales à la hauteur du prisme, & trouvez * la Perspective des autres angles de la face supérieure du Prisme en les considérant comme des points en l'air : joignez par des lignes les Perspectives de tous ces angles, & vous aurez la Perspective entiére du Prisme.

* 56
* 51

61. Pour le Cilindre, ayant trouvé la Perspective de sa baze & celle de sa face supérieure en trouvant * la Perspective de plusieurs points en l'air, de la hauteur du Cilindre au dessus du Cercle de la baze, élevez deux perpendiculaires à la ligne de terre, dont chacune raze les perspectives des deux faces du Ci-

Fig. 27.

* 51

lin-

lindre, & qui soient terminées par les points où elles touchent les courbes, & vous aurez la Perspective cherchée. Mais pour ne se point engager dans des opérations inutiles, on pourra déterminer la portion visible de la baze du Cilindre, en tirant du centre A la ligne A S au point de Station S ; après quoi il faut diviser cette ligne en deux parties égales en R ; & de ce point comme centre & pour rayon R A, il faut d'écrire l'arc du cercle B A C qui coupe la baze en B & en C, qui sont les deux derniers points de cette baze qui peuvent être vûs.

SECONDE METHODE.

Pour trouver d'une autre manière la face supérieure du cilindre ou du cone ; les mêmes choses étant données que dans la méthode précédente, on tire dans le Tableau à 62. Fig. 26. 27.

la ligne de terre la paralléle PQ, dont la distance à cette même ligne de terre est égale à la hauteur du prisme ou du cilindre dont on cherche la Perspective. Puis on change son Plan Géométral, en sorte que la ligne de terre convienne avec la ligne PQ, & que dans cette transposition une perpendiculaire à la ligne de terre convienne avec cette même perpendiculaire continuée vers PQ. Enfin en employant PQ pour ligne de terre, * 47. on cherche * la Perspective de la baze du Prisme ou du Cilindre, ainsi changée de situation; & cette Perspective est la représentation de leur face supérieure.

Démonstration.

Supposons que le Plan de la face supérieure du Prisme ou du Cilindre, soit continué, il rencontrera le Tableau en PQ; & dans ce Plan con-

continué la face supérieure sera à l'égard de P Q, dans la même situation que l'est dans le Plan Géométral la baze à l'égard de la ligne de terre. Si donc on suppose que ce Plan continué soit couché sur le Tableau, les faces supérieures du Prisme ou du Cilindre conviendront avec les bazes changées comme nous avons dit; & partant la Perspective de ces bazes changées, sera celle des faces supérieures. Ce qu'il falloit démontrer.

REMARQUE.

La transposition des figures se fait facilement en pliant le papier. Quand la hauteur du prisme est plus grande que celle de l'œil, le plus court est de se servir de la méthode précedente.

PROBLEME IX.

63. *Mettre en Perspective un corps creux.*

Fig. 28. Après avoir trouvé la Perspective du corps même, on trouve celle de sa cavité, en considérant cette cavité comme si c'étoit un nouveau corps.

PROBLEME X.

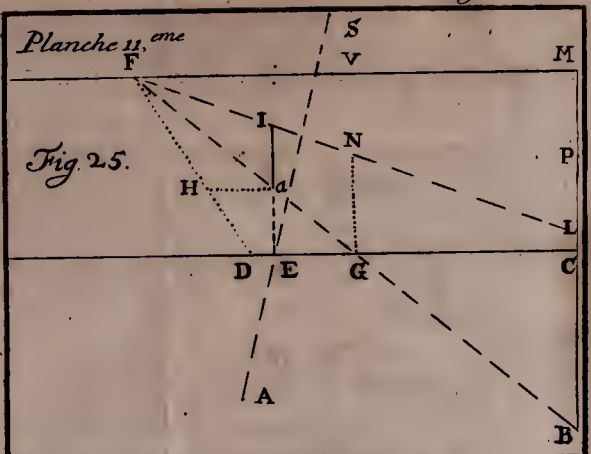
64. *Mettre en Perspective une Sphere.*

Fig. 29. Soit A l'assiéte du centre de la Sphere; il faut * trouver le point I, Perspective de ce centre, & mener la ligne I V au point de vuë V. Elevez à cette ligne la perpendiculaire V F égale à la distance de l'œil au Tableau, & prenez sur cette per-

* 51.

Planche 11, eme

Fig. 25.



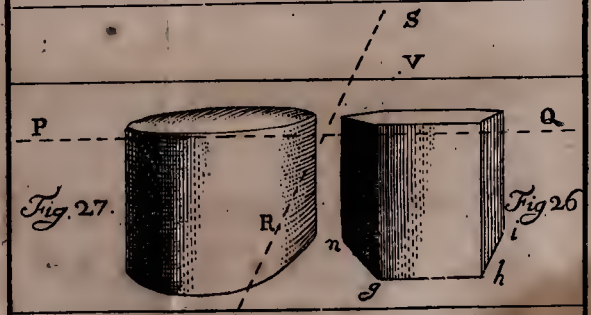
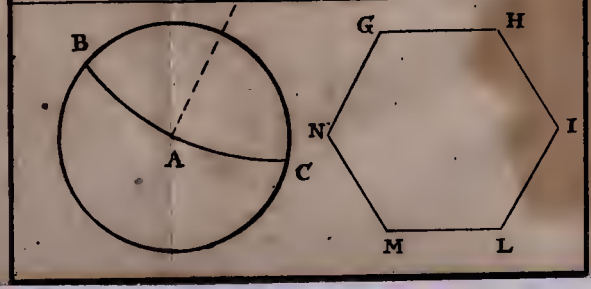


Fig. 27.

Fig. 26



perpendiculaire continuée V P égal à la distance du centre de la Sphére au Tableau. Par le point P menez à V I la paralléle P Q, coupant en Q une ligne menée de F par I. De Q comme centre, & pour rayon le demi diamétre de la Sphére, tracez le cercle C B, auquel par le point F vous menerez les tangentes F C & F B qui couperont la ligne I V en G & en E. Tracez sur G E le demi cercle E D T G dans lequel vous menerez la ligne G D perpendiculaire à F I. Divisez G D en deux parties égales en H; & de H comme centre, & pour rayon H D, décrivez la portion de cercle L D R, coupant la ligne F I en L & en R. Prenez dans le demi cercle E D T G la corde G T égale à R L, & tracez sur G T le demi cercle T *m* G; tirez dans ce demi cercle plusieurs lignes comme *m n* perpendiculaires à G T, & coupant la ligne G E dans les

points *p*, dans lesquels vous éleverez à G E les perpendiculaires *p q* que vous ferez chacune de part & d'autre de la ligne G E, égales à la partie *m n* de la ligne *m p* qui leur répond. Tous les points *q* sont des points de la Perspective demandée, & par lesquels par conséquent il faut mener une ligne courbe qui sera la représentation cherchée.

Démonstration.

Les rayons par lesquels on voit une Sphére, forment un cone droit, dont la Section par le Tableau est la Perspective demandée, & dont l'axe passe par le centre de la Sphére: d'où il s'ensuit que le point I est le point du Tableau par où traverse cet axe. Mais quand un cone droit est coupé par un Plan, en sorte que la section est une Ellipsé, comme cela arrive ici, le grand axe de cette Ellipse passe par le point

point de rencontre de ce Plan avec l'axe du cone, & par le point ou aboutit une perpendiculaire du sommet du cone au même plan. Cela paroît évidemment pour peu qu'on soit accoûtumé à considérer les Sections coniques dans le solide. Donc le grand axe de l'Ellipse, qui est la Perspective de la Sphére, est une partie de I V ; *car l'œil est le sommet du cone que forment les rayons visuels de la Sphére.*

Supposons maintenant qu'il passe un Plan par l'œil & par la ligne I V ; ce Plan passera par le centre de la Sphére : & si de ce centre on abaisse une Perpendiculaire sur le rayon principal continué, la portion de ce rayon comprise entre le point de vûë & la rencontre de cette perpendiculaire, qui est toûjours paralléle au Tableau, sera égale à la distance du centre de la Sphére au Tableau, & par conse-

quent à VP. *Partant si le Plan dont nous venons de parler tournoit sur la ligne* VI, *comme sur son axe jusques à ce qu'il convînt avec le Tableau, le centre de la Sphére rencontreroit le Tableau en* Q, *& l'œil le rencontreroit en* F; *d'où il s'ensuit que la partie* GE *de la ligne* IV *est le grand axe de l'Ellipse démandée.*

Fig. 30. 31. *Dans la* fig. 30. GDE *& dans la* fig. 31. g e f *répréſentent les points marquez des mêmes lettres dans la figure précédente. Si on suppose achevé le cone dont les lignes* fg *&* fe *marquent le profil, & qu'on le suppose coupé par un Plan qui passe par la ligne* ge *& qui est perpendiculaire au Plan de la figure, on aura une Ellipse* g 4. e 3. *semblable à celle que doit donner la Perspective de la Sphére. Si on suppose encore le même cone coupé par un Plan* 14. m 3. *paralléle à sa baze, & qui divise* ge

en

en deux parties égales en n, *il est évident que* 3. 4. *commune section du cercle* l 4. m 3. *& de l'Ellipse* g 4. e 3. *est le petit axe de l'Ellipse; & partant ce petit axe est égal à la ligne* 4. 3. *perpendiculaire dans le point* n *au diametre* lm, *du cercle* l 4. m 3. *Tirez à present dans la figure* 30. *les lignes* EO *&* GY *paralléles à* LM. *Dans les triangles semblables* EGY *&* ENM.

EG, EN :: GY, NM,

Mais EG *est double de* EN; *donc* GY *l'est aussi de* NM, *& partant* NM *est égal à* GZ. *On démontre de même que* LN *est égal à* XE, *d'où il s'ensuit que* GD *est égal à* LM *& est coupé en* z, *de même que* LM *l'est en* N; *& partant* RL *ou* GT *de la figure* 29. *est égal à* 3. 4. *de la figure* 31., *& par conséquent égal au petit axe de l'Ellipse que l'on doit tracer. D'un autre côté il est clair par la construction, que celle des perpendi-*

cu-

culaires mn, fig. 29. *qui passe par le centre du demi cercle* GmT, *coupe l'axe* GE *en deux parties égales : car si on tire une ligne de* T *en* E, *elle sera perpendiculaire à* GT, *& par conséquent parallèle à* mn : *d'où il s'ensuit que le petit axe de la courbe* GqE *est égal au petit axe de l'Ellipse qu'on doit tracer ; & partant il faut seulement démontrer que la courbe qui passe par les points* q, *est une Ellipse.*

Les parties Gn *de la ligne* GT *sont proportionnelles aux parties* Gp *de la ligne* GE *donc les rectangles* GP *par* PE *sont proportionels aux rectangles* Gn *par* nT ; *mais ces derniers rectangles sont égaux aux quarrez des ordonnées* nm, *lesquels quarrez sont égaux aux quarrez des ordonnées* pq : *donc ces derniers quarrez sont proportionnels aux rectangles* Gp *par* pE, *ce qui est une proprieté de l'Ellipse.*

Planche 12.eme

Fig. 28.

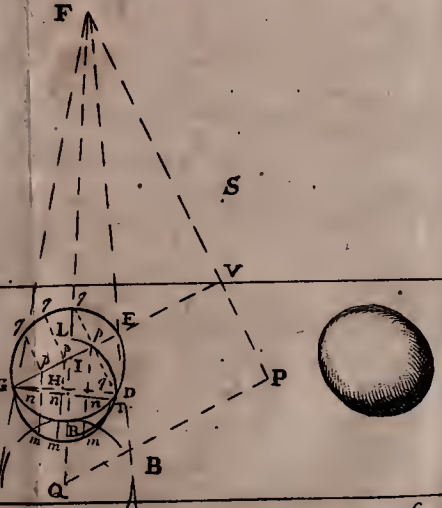
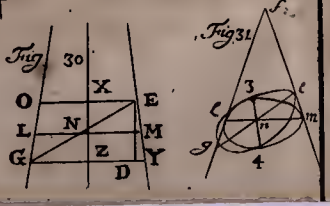


Fig. 29.



DEFINITION.

On nomme Tore d'une colomne, la partie marquée *h m*: elle est arrondie en demi-cercle, & fait le tour de la colomne comme une anneau. Fig. 33.

PROBLEME XI.

Mettre en Perspective le Tore d'une colomne. 65.

Soit BNC la baze de la colomne dans le Plan Géométral. Du centre A tirez une ligne au point de Station S, & divisez cette ligne en deux parties égales en R; décrivez la portion de cercle BAC qui a pour centre le point R & pour rayon R A. Fig. 32.

Soit X le profil de la colomne; tirez dans ce profil la ligne *z* 3. 6. Fig. 33.

pa-

paralléle à la baze de la colomne & passant par le centre du demi cercle *h m*; prenez sur la ligne *s a*, qui passe par le centre de la colomne paralléle à ses côtez, 2 *s* égal à la hauteur de l'œil, depuis le point 2. qui est dans la baze de la colomne, en montant vers le haut; & prenez sur la même ligne, *s a* égal à S A de la figure précédente; & élevez à cette ligne dans le point *a* la perpendiculaire indéfinie *a* Y. Après ces préparations générales, prenez sur la ligne *s a* les petites parties 6. *i* & 6. 9. à discrétion égales entr'elles; tirez les lignes *i h* & 9. *m* paralléles à 6. 3. z; & du point *h* menez la ligne *h* 3. 4. par le centre 3. du demi cercle *h m*; prenez *a* 5. sur *a* Y égal à *i* 4., & menez la ligne 5. *s*. coupant *i h* en *g* & 9. *m* en *q*. Décrivez dans la (fig. 32.) de A comme centre & pour rayon *i h* ou 9. *m*, qui sont égales entr'elles, le cercle F L M H coupant l'arc

l'arc B A C en D & en E ; menez la ligne D E, coupant la ligne A S en I ; prenez I G égal à *i g*, & I Q égal à 9. *q* ; par les points Q & G, tirez à la ligne E D les paralléles F H & L M coupant le cercle D M E F dans les points L. M. F. & H. Trouvez* à présent la Perspective de quatre points en l'air au dessus des quatre que nous venons de marquer ; la hauteur de ceux qui ont L & M pour assiéte est 2. 9. ; & celle des deux points dont l'assiéte est F & H, se trouve déterminée par 2. *i*. La Perspective de ces quatre points donne autant de points de la Perspective démandée. On en trouvera quatre autres, en tirant deux autres lignes, telles que *i h* & 9. m. & en opérant de la même maniére.

* 51

Remarque.

Comme une partie du Tore est caché par la colomne, pour ne Fig. 32.

se

se point engager dans des opérations inutiles, il faut de A comme centre & pour rayon 3. 6. décrire un cercle qui coupe l'arc B A C en T & en O, & mener les lignes S T Y & S O Z: alors tous les points tels que F & H qui se rencontrent entre les lignes T Y & O Z sont inutiles, & il faut seulement se servir de L & de M aux quels cette remarque ne peut pas s'appliquer.

Il seroit inutile de déterminer Géométriquement, comme on pourroit le faire, sur le demi-cercle *h z m*, le point jusques où les paralléles telles que 9. *m* peuvent servir: car quand ces paralléles sont inutiles, le point *q* tombe au delà du point *m*. Mais alors la Perspective du Tore est déja entiérement tracée si on a commencé à mener ces paralléles proche de 6. 3. z, & les autres en s'en éloignant toûjours.

Pour la démonstration de ce Problê-

blême on a besoin du Lemme suivant.

LEMME.

Les deux Cercles CDHE & DFEL s'entrecoupent ; la ligne CL passe par les centres A & B de ces deux cercles, & DE joint les points d'intersection. Maintenant si on nomme le rayon AC ou AH, *a*, & BF ou BL, *b*, & la distance AB qui est entre les deux centres, *c*. je dis que AG est égal à $\frac{bb-aa}{2c}-\frac{1}{2}c$. 66. Fig. 34.

DÉMONSTRATION.

Nommons AG, x, & GD *ou* GE, y : *par la proprieté du cercle il est évident que si on considére* y *comme une ordonnée du cercle* CDH, yy = aa-xx : & *si on la considére comme une ordonnée du cercle* FDL, yy=bb-cc-2cx-xx : *donc*

aa-

$aa - xx = bb - cc - 2cx - xx$; *ce qui donne* $2cx = bb - aa - cc$ *divisant le tout par* $2c$ *on a* $x = \frac{bb-aa}{2c} - \frac{1}{2}c$. *Ce qu'il falloit prouver.*

Démonstration du Probleme.

67. *Il faut considérer le Tore de la colomne comme composé d'une infinité de Plans circulaires posez les uns sur les autres. Il est évident que ce qui empêche chacun de ces cercles d'être vû tout entier, c'est que celui qui est immédiatement au dessus en cache une partie; d'où il s'ensuit, que si on continue de tous côtez le Plan d'un de ces cercles, & qu'on y trouve la Perspective du cercle qui est immédiatement au dessous, laquelle Perspective est* aussi un cercle, les deux points d'intersection de cette Perspective & du cercle qui étoit dans le Plan, détermineront la*

* 8

la partie de cette Perspective qui peut être vûë ; par conséquent, si on trouve dans le Tableau la représentation de ces deux points d'intersection, on aura deux points de la Perspective du Tore de la colomne proposée. C'est là ce que j'ai fait dans la solution du Problème, comme je le vais démontrer en donnant le calcul analitique, dont j'ai tiré la construction dont je me sers.

Soit O *un œil,* AM *un morceau* Fig. 35. *du Tore de la colomne ;* AP *passe par le centre de la colomne perpendiculairement à la baze,* & AB *qui est paralléle à cette même baze passe par le centre* B *du demi-cercle de l'arrondissement du Tore.* MP *représente le demi-diamétre d'un des cercles dont j'ai parlé au commencement. Si on tire la ligne* mp *qui lui soit paralléle & infiniment proche, & qu'on mene les lignes* mO & pO *coupant* MP *en* D & *en* T, *il est évident que* DT, *dans*

dans le plan du cercle qui passe par MP, *sera le demi-diamétre de la Perspective du cercle qui est immédiatement au dessous.*

A présent à baissez de l'œil à la ligne AB *la perpendiculaire* OS, *& continuez les lignes* MP *&* mp, *jusques à ce qu'elles rencontrent cette perpendiculaire en* Q *& en* q: *continuez encore la ligne* MP *jusques au point* R, *où elle est coupée par la ligne* mR *perpendiculaire à* mp. *Prénons* AS = e, OQ = x *&* MP = y. *Dans les triangles semblables* O$q$$m$ *&* mRD *on a,*

$$Oq(x), qm(e+y) :: mR(dx), RD\left(\frac{edx+ydx}{x}\right)$$

Les triangles semblables Opq *&* pTP *donnent*

$$Oq(x), qp(e) :: pP(dx)\ PT\left(\frac{edx}{x}\right).$$

PR *est égal à* y + dy *si on y ajoûte* $PT\left(\frac{edx}{x}\right)$ *& qu'on en retranche* $RD\left(\frac{edx+ydx}{x}\right)$ *on aura*

$$TD = y + dy - \frac{ydx}{x}.$$

Pour trouver maintenant les points d'intersection de deux cercles, dont l'un auroit pour rayon TD, *& l'autre* PM, *& dont les centres seroient éloignez l'un de l'autre de* PT, *il faut* * *diviser le quarré de* TD, *moins le quarré de* PM, *par le double de* PT, *& en retrancher la moitié de* PT, *qu'on peut negliger ici, parce qu'elle est infiniment petite par raport au reste; & on aura* $\frac{xydy}{cdx} - \frac{yy}{c}$ *pour la partie de la ligne* PM *comprise entre* P *& le point où elle seroit coupée par une ligne qui joindroit les deux points d'intersection des deux cercles.* * 66.

Mais avant d'appliquer au Problême ce que je viens de dire, il faut remarquer que si du point M *on mene une ligne par le centre* B *de l'arrondissement du tore, on aura le triangle* MPC *semblable au triangle* mRM; *car l'angle* m MP *est un*

angle extérieur du triangle mRM, *& l'angle* mMC *est droit. Par conséquent*

$m\mathrm{R}(dx), \mathrm{RM}(dy) :: \mathrm{MP}(y), \mathrm{PC}(\frac{ydy}{dx})$.

Fig. 32. & 33. *Si on considére à présent que* SA, (fig. 32.) *& son égale* sa (fig. 33.) *a été marquée pour* e *dans le calcul: que* si *est* x *&* ib, y; *il est clair que* $i4$ *& son égale* $a5$, *si on l'exprime Algébraïquement est* $\frac{ydy}{dx}$.

Dans les triangles semblables $sa5$ *&* sig

$sa(e), {}^{a}5(\frac{ydy}{dx}) :: si(x), ig(\frac{xydy}{edx})$

Par la construction (fig. 32.)

$\mathrm{AS}(e), \mathrm{AP} = ib(y) :: \mathrm{AP}(y)\,\mathrm{AI}(\frac{yy}{e})$;

d'où il s'ensuit, puisque IG *a été fait égal à* ig, *que* $\mathrm{AG} = \mathrm{IG} - \mathrm{AI}$ *est égal à* $\frac{xydy}{edx} - \frac{yy}{e}$, *& par conséquent* H *&* F *sont l'assiéte de deux points dont il faut trouver la Perspective, & ces points sont dans un plan paralléle au Plan Géométral, & élevé & au-dessus de ce plan de la hauteur de* 2.*i*. *Si*

Si on applique le calcul précédent à la partie inférieure du Tore, l'expression $\frac{xydy}{edx} - \frac{yy}{e}$ *se change en celle-ci* $-\frac{xydy}{edx} - \frac{yy}{e}$, *ce qui marque qu'il faut prendre ces deux quantitez du même côté de* A *vers* S. *Dans la ligne* 9*m*, 9*q* *est égal à* $\frac{xydy}{edx}$; *car* 9.8.$(\frac{ydy}{e})$ *est égal à* 14, *ce qui fait voir que* M & L *sont encore l'assiéte de deux points dont il faut trouver la Perspective, & ces points sont dans un plan paralléle au Plan Géométral, & élevé de la hauteur de* 2.9.

Remarque.

On peut encore résoudre ce Pro- 68.
blême, en considérant le Tore de la colomne comme composé des bazes d'une infinité de cones, dont la hauteur est déterminée par les rencontres des Tangentes au demi-

cercle de l'arrondissement, avec l'axe de la colomne, & en déter-
* 54 minant * les portions visibles de ces bazes. Si je m'étois servi de cette méthode, la démonstration auroit pû se faire sans Algébre ; mais la pratique auroit été plus longue.

PROBLEME XII.

69. *Trouver le point Accidental de plusieurs lignes parallèles entr'elles, & inclinées au Plan Géométral.*

Fig. 36. Soit AB la direction d'une des lignes dont on cherche le point Accidental, & ECP l'angle que font ces lignes avec le Plan Géométral.

PRATIQUE.

Menez par l'œil O, une ligne OD,

Planche 13. eme

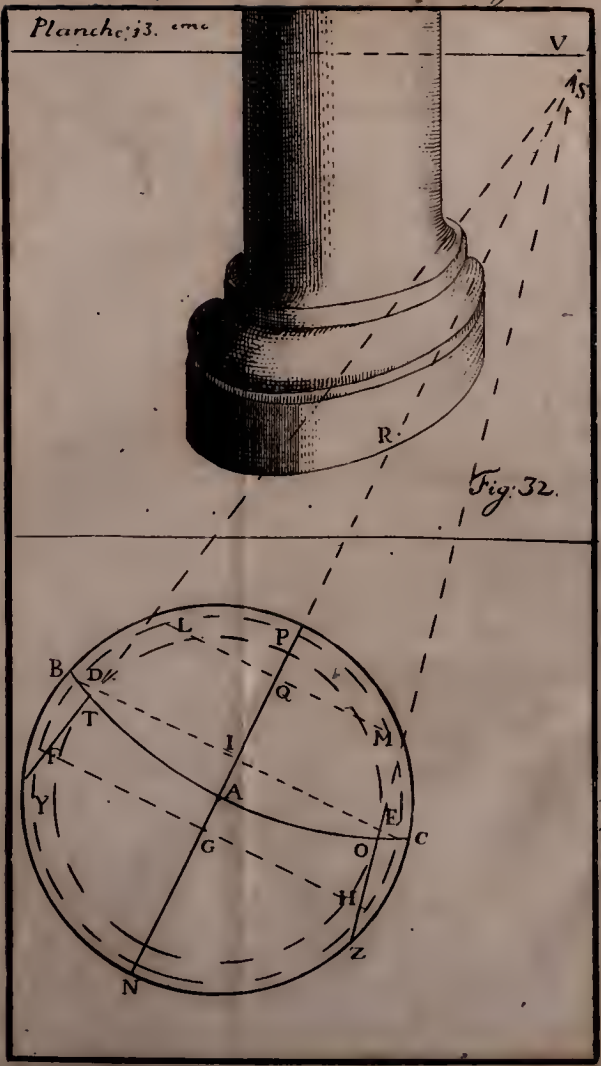


Fig. 32.

Planche. 14. ème

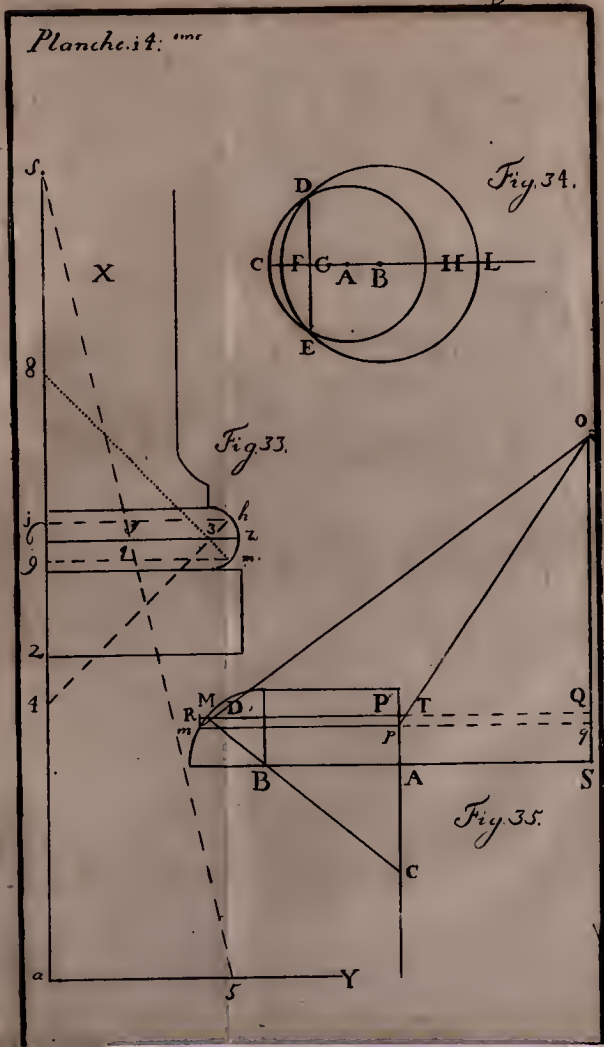
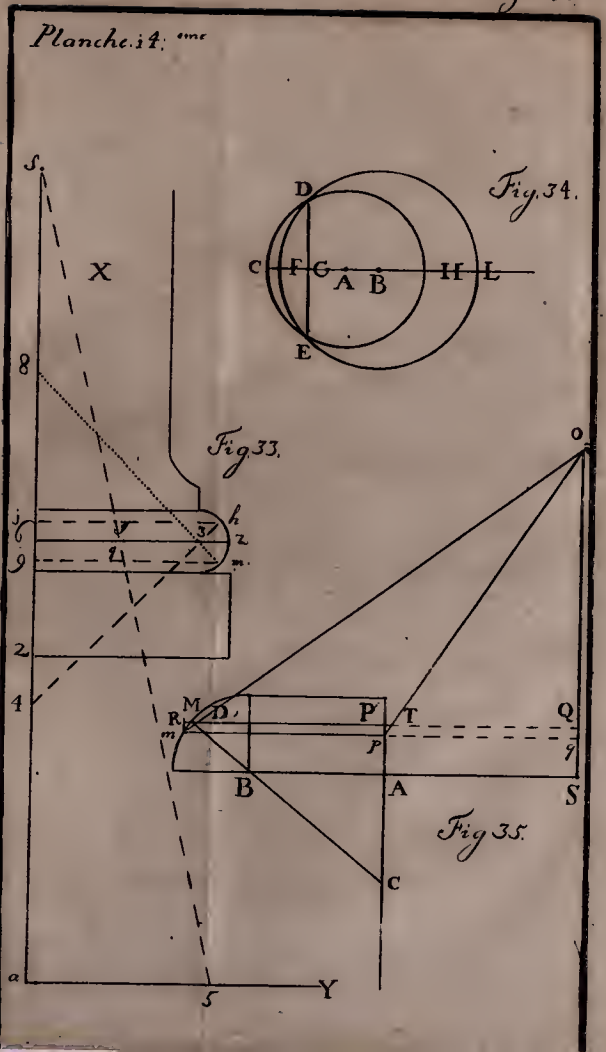


Planche. 14. ème



OD, paralléle à AB ; & par le point D, dans lequel elle coupe la ligne Horizontale, & qui est le point Accidental des directions des lignes données, menez DF perpendiculaire à cette même Horizontale, sur laquelle aussi il faut prendre DG égal à DO. Enfin par le point G, menez la ligne GF, qui fasse avec l'Horizontale un angle égal à l'angle ECP ; & alors le point F, intersection de cette ligne & de la perpendiculaire DF, est le point Accidental cherché.

Quand les lignes sont inclinées vers le Tableau, il faut mener DF & GF au-dessous de la ligne Horizontale ; & il les faut mener au-dessus de la même Horizontale comme on l'a fait ici, quand les lignes données sont inclinées du côté opposé au Tableau.

DÉMONSTRATION.

Supposons qu'il passe par l'œil un plan perpendiculaire au Plan Géométral, & paralléle aux lignes données; il est évident qu'il coupera le Plan Horizontal dans la ligne OD, & le Tableau en DF: il est clair encore qu'une ligne qui passe par l'œil, paralléle aux lignes données, est dans ce plan, & fait avec la ligne OD, un angle égal à l'angle ECP, au-dessous du Plan Horizontal, si les lignes sont inclinées vers le Tableau, & au-dessus si elles le sont du côté opposé; il s'ensuit de là que cette derniére ligne fait avec OD, & DF, un triangle rectangle qui a l'angle au point O, égal à l'angle CEP. Or le triangle DGF, est aussi rectangle, ayant par la construction l'angle au point G, égal à l'angle ECP; donc ces deux triangles sont sem-

bla-

blables ; & le côté DG, étant égal au côté DO, ils sont aussi égaux ; partant la ligne DF, étant commune à ces deux triangles, le point F, est le point où la ligne qui passe par l'œil paralléle aux lignes données, rencontre le Tableau ; & ce point est * le point Accidental cherché. * 13. 14

REMARQUE.

Cette Démonstration se rapporte aussi-bien aux lignes inclinées entiérement séparées du Plan Géométral, qu'à celles qui le rencontrent par une de leurs extrémitez.

PROBLEME XIII.

Trouver la Perspective d'une ou de plusieurs lignes inclinées au Plan Géométral. 70.

Soit donné dans le Plan Géométral Fig. 36

tral le point A, dans lequel ce plan est rencontré par une ligne inclinée dont on connoît la longueur, la direction, & l'angle de l'inclinaison.

Pratique.

En quelque endroit à part, tirez deux lignes CE, & CP, qui fassent ensemble un angle égal à l'angle de l'inclinaison de la ligne donnée ; prenez sur une de ces lignes CE, égal à la ligne donnée ; & du point E, abaissez sur l'autre la perpendiculaire EP. Puis prenez sur la direction de la ligne proposée AB, égal à CP ; & après avoir trouvé *a* Perspective de A, * 51. & le point T*, Perspective d'un point élevé en l'air au-dessus de B, de la hauteur de PE, joignez par une ligne les points *a* & T, & vous aurez la Perspective cherchée.

De-

Démonstration.

Si de l'extrémité de la ligne inclinée, on fait tomber une perpendiculaire sur le Plan Géométral, elle rencontrera ce plan dans le point B, & sera égale à PE, comme il est évident par la construction de la figure CPE. Or le point T est la représentation de l'extrémité de cette perpendiculaire ; & partant il l'est aussi de l'extrémité de la ligne inclinée. Ce qu'il falloit démontrer.

Remarque.

Il y a quelques cas dans lesquels on peut abréger cette proposition. 1. Quand il y a plusieurs de ces lignes qui sont paralléles entr'elles, & dont on peut trouver * le point Accidental. 2. Quand une ligne inclinée est paralléle au Tableau. * 69.

On verra dans les méthodes suivantes la maniére de faire ces abrégez.

SECONDE METHODE.

71. *Par le point Accidental des lignes inclinées.*

Fig. 36. Par F, point Accidental des lignes inclinées parallélement, menez FH, paralléle à la ligne de terre, & égale à FG. Soit A le point dans lequel une des lignes inclinées rencontre le Plan Géométral.

PRATIQUE.

Prenez sur la ligne de terre RQ, égal à la ligne inclinée, & tirez des points R & Q, des lignes au point Z pris à volonté dans la ligne Horizontale.

Par *a* Perspective de A, menez *a*N,

*a*N, paralléle à la ligne de terre: prenez sur cette paralléle *a*L, égal à MN, & tirez du point *a* une ligne au point F, & du point L tirez-en une autre au point H. Alors *a*T sera la Perspective cherchée.

DÉMONSTRATION.

Par * la notion du point accidental, la Perspective cherchée est une partie de la ligne *a*F; & partant il faut seulement démontrer que l'extrémité de cette Perspective est dans la ligne L H. Ce qui se prouve ainsi. * 14

Supposons que par le point A, il passe une ligne A I paralléle à la ligne de terre, & égale à la ligne inclinée. Il est évident * que L, est la Perspective de I. Par conséquent L H * est la Perspective d'une ligne qui passe par I, & par l'extrémité de la ligne proposée; * 57 * 20

& partant la Perspective de cette extrémité est dans cette ligne L H. Ce qu'il falloit démontrer.

Remarque.

* 19. Il est clair * que l'on auroit pû prendre F H, la moitié ou le tiers &c. de ce qu'il est ici ; mais alors il auroit fallu prendre aussi R Q, égal à la moitié ou au tiers &c. de C E.

TROISIEME METHODE.

72. ***Pour les lignes inclinées qui ne rencontrent point le Plan Géométral.***

Fig. 37. Soient A & B, les points d'assiéte des extrémitez de la ligne donnée. Que X représente un Plan qui passe par la ligne donnée, & qui soit perpendiculaire au Plan Géo-

Géométral. M N représente dans ce Plan, la ligne dont on cherche la Perspective ; C N & P M représentent des perpendiculaires au Plan Géométral : d'où il s'en suit que P C représente A B, & par conséquent lui est égal.

PRATIQUE.

Trouvez le point I * Perspective d'un point en l'air au dessus du point A de la hauteur de C N : & menez du point B, au point de Station S, la ligne B S, coupant la ligne de terre en E ; du point I, menez une ligne au point Accidental F ; entre-coupez cette ligne par une Perpendiculaire à la ligne de terre au point E ; & vous aurez I T, la Perspective cherchée. * 51.

QUATRIEME METHODE.

73. *Pour les lignes inclinées paralléles au Tableau.*

Il faut se servir ici de la pratique *du prob.* 7. * avec cette différence, *voyez la figure de ce prob.* qu'au lieu que *a* I dans ce prob. est perpendiculaire à la ligne de terre, ici elle doit faire avec cette ligne un angle égal à l'angle de l'inclinaison des lignes données.

* 56. Fig. 22.

Pour la démonstration. *Voyez n.* 7. & 10.

Planche 15 ème

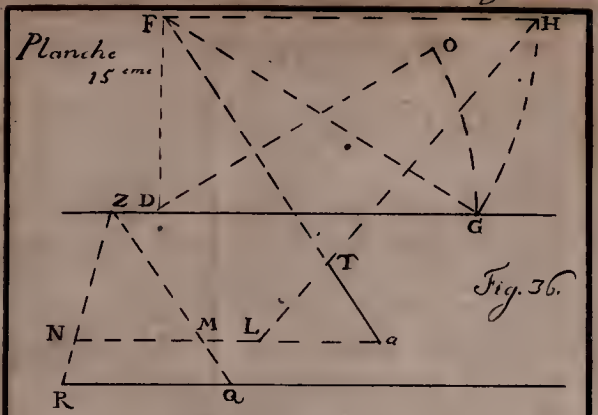


Fig. 36.

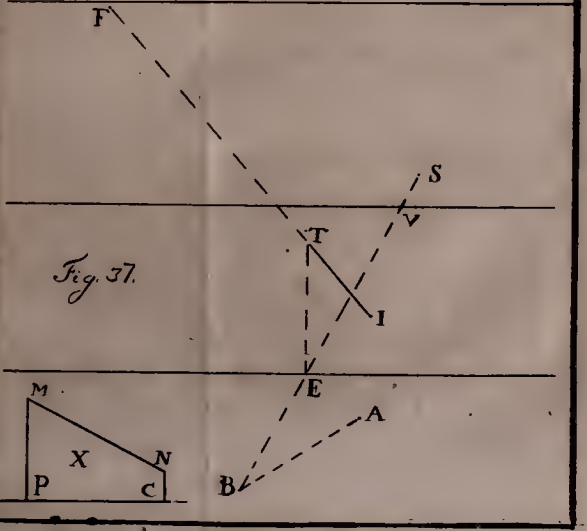


Fig. 37.

PROBLEME XIV.

Mettre en Perspective un Corps qui a tous, ou quelques-uns de ses côtez inclinez au Plan Géométral. 74.

Il faut chercher la Perspective des lignes qui forment les angles du corps proposé : ce qui se fait aisément par le prob. 13. * qui satisfait à tous les cas. C'est ainsi que l'on trouve la Perspective d'une Piramide soit droite, soit renversée, d'un prisme incliné &c. Il arrive pourtant quelquefois que l'on peut abrégcr les pratiques du prob. précédent ; comme quand l'extrémité de plusieurs lignes se trouvent dans une même ligne, ou quand des lignes inclinées, qui ont des points Accidentaux différens, s'entre-coupent & se déterminent ainsi mu- * 70.

mutuellement. Ceci paroîtra plus clairement par des exemples.

EXEMPLE I.

Mettre en Perspective plusieurs poutres paralléles entr'elles, qui soutiennent un Pan de muraille.

Fig. 38. Je suppose que les bazes des poutres, c'est-à-dire, les endroits où elles rencontrent la terre, soient dans une ligne paralléle à la muraille; & voici comment on trouvera alors la Perspective de ces pou-
* 69. tres. Après avoir trouvé * leur point Accidental F, trouvez la représentation de leurs bazes: ensuite marquez sur la Perspective de la muraille, les apparences des lignes dans lesquelles les poutres rencontrent la muraille; ces apparences sont ici les lignes *pt*, *rs*, qui re-

pré-

présentent des lignes paralléles au Plan Géométral, par la supposition que les poutres sont paralléles entr'elles, & leurs bazes également éloignées de la muraille. Enfin, des angles des représentations 1. 2. 3. 4., tirez au point F des lignes qui seront terminées par leurs intersections avec *p t* & *r s*, & donneront les Perspectives cherchées, comme on le voit dans la figure.

EXEMPLE II.

Mettre en Perspective les toits d'une Maison qui en a plusieurs paralléles entr'eux.

Ayant trouvé les points Accidentaux G & Q de ces toits, marquez sur la Perspective de la muraille qui les soutient, les points *a b c d* où ces toits la rencontrent: Fig. 39.

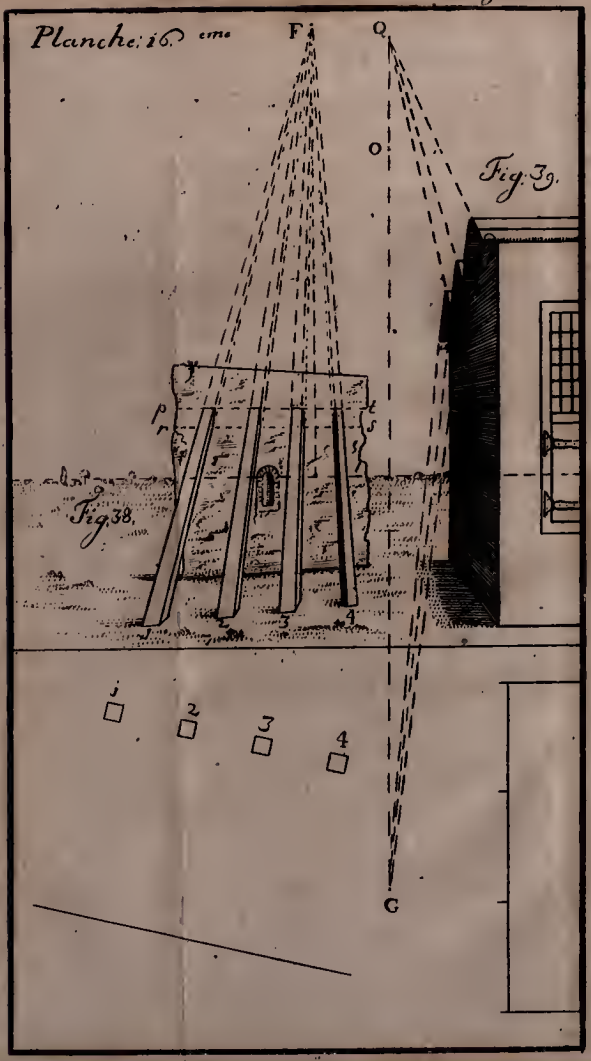
du

du point G, menez des lignes par les points *a b c*; & du point Q, menez-en d'autres aux points *b c d*; ces lignes se détermineront par leur intersection mutuelle, & donneront la représentation cherchée.

CONCLUSION.

75. Après tout ce que nous venons de dire, il ne sera pas difficile de mettre en Perspective toutes sortes d'objets. Mais comme il seroit très malaisé, pour ne pas dire impossible pour les Peintres, de faire un dessein entier suivant les régles que nous avons prescrites, le nombre des points qu'il leur faudroit trouver étant presque infini, ils pourront se borner à chercher la Perspective des figures tracées dans leur Plan Géométral, & celle des principaux points des objets qui sont hors de ce Plan. Cela, une fois trouvé, leur servira de régle pour ache-

Planche 16ème



achever tout le reste à l'œil, sans courir le risque de faire quelque faute considérable, & dont on puisse s'appercevoir.

CHAPITRE QUATRIEME.

Suite de la pratique de la Perspective sur le Tableau perpendiculaire.

IL arrive souvent aux Peintres de choquer toutes les régles de la vrai-semblance, quand ils peignent des Tableaux pour être placez dans un lieu élevé, ou pour être vûs de côté, ou d'une assez grande distance. Accoûtumez à faire leurs Peintures de sorte qu'elles doivent être vûës de la même maniére qu'ils les regardoient eux-mêmes en les travaillant, leur routine leur devient inutile dans les cas dont nous venons

nons de parler ; & alors s'ils ne veulent pas commettre de lourdes fautes, ils sont obligez nécessairement de recourir aux régles de la Perspective. Celles que nous avons données dans le Chapitre précédent ne suffisent pas pour ces cas particuliers, & il sera nécessaire d'ajoûter ici quelques nouveaux Problêmes, qui avec les premiers, puissent satisfaire à tous.

PROBLEME I.

76. *Mettre en Perspective les figures qui sont dans le Plan Géométral, la distance de l'œil étant trop grande pour pouvoir marquer l'œil dans le Plan Horizontal, ou l'un des points de distance dans la ligne Horizontale.*

* 24. Il faut trouver * la Perspective de

de deux points de ces figures, & ces deux points serviront * à trouver la représentation des autres. * 38.

EXEMPLE.

Soit ABCDE, un Pentagone dont on cherche la Perspective; V est le point de vûë; & VF la sixiéme partie de la distance de l'œil au Tableau. Trouvez * *b* & *e* Perspectives de B & E; & par le moyen de ces apparences vous aurez * celle du point A. Vous trouverez la représentation de D, en employant A & E; & celle de C, en y faisant servir B & A. Fig. 40. * 24. * 38

REMARQUE.

La Perspective des lignes perpendiculaires au Plan Géometral *, & celle des lignes inclinées * se trouve par des méthodes du Chapitre précédent. 77. * 56. * 70

PRO-

PROBLEME II.

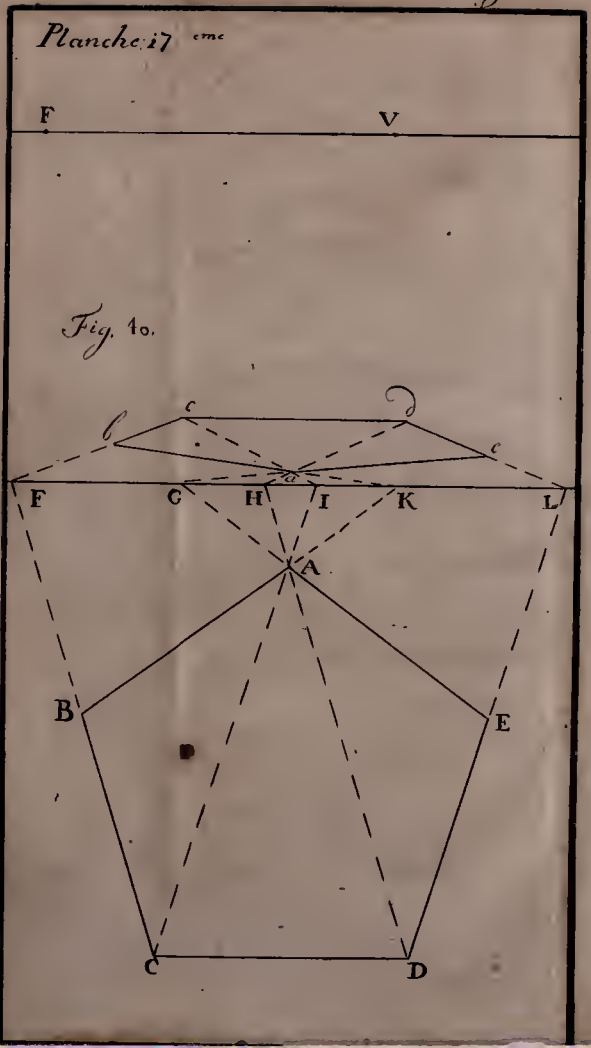
78. *Mettre en Perspective les figures qui sont dans le Plan Géométral, l'œil étant si fort de côté qu'on ne le peut pas marquer dans le Plan Horizontal, non plus que le point de vûë dans la ligne Horizontale.*

On doit se servir ici, comme dans le Probléme précédent, du *n.* 38., après avoir trouvé de la maniére suivante la Perspective de quelques points des figures données.

Fig. 41. Au point C, pris à discretion dans la ligne de terre, élevez une perpendiculaire CD à cette ligne; & du même point C, tirez la ligne CE, de telle sorte, que si elle pouvoit

être

Planche 17 eme



être continuée, elle iroit rencontrer la ligne Horizontale dans le point de vûë.

Ceci se fait en prenant CH, égal au tiers ou au quart &c. de la distance du point C, au pied de la ligne verticale; & en élevant dans le point H, la perpendiculaire HE, égale aussi au tiers ou au quart &c. de la hauteur de l'œil. A est un point donné dont on cherche la Perspective.

PRATIQUE.

Par le point A, menez à la ligne de terre une paralléle AB, qui rencontre la ligne CD, dans le point B: supposez à discretion un autre œil qui ait la même hauteur & la même distance que celui pour lequel on cherche la Perspective. Trouvez * pour ce second œil, FG perspective de AB. Continuez cette perspective jusques à ce qu'elle

* 43

le rencontre la ligne CE en *b*; Prenez sur cette continuation, *b a* égal à FG; & alors *a* sera la Perspective cherchée.

Démonstration.

La distance & la hauteur du second œil ayant été faites égales à la distance & à la hauteur du prémier, ces deux yeux sont dans une ligne parallélé AB; & par conséquent * la Perspective de AB doit être une partie de FG continuée, & elle doit être * égale à cette même ligne FG: & partant, puisque * la Perspective de B, est dans la ligne CE, *a b* est la Perspective de AB, & *a* celle de A. Ce qu'il falloit démontrer.

*18
*12
*16

Remarque.

79. Quant aux lignes perpendiculaires & inclinées au Plan Géométral, voyez

voyez la remarque * du Problême précédent. Celui-ci ne peut guére être utile que pour les décorations de Théatre. * 77.

PROBLEME III.

Trouver la Représentation d'une figure qui est dans le Plan Géométral, le Tableau étant placé au-dessus de l'œil. 80.

Quand le Tableau est situé au-dessus de l'œil, on suppose que le Plan Géométral passe par le haut du Tableau : on marque dans ce plan, les figures qu'y forment les objets qui le rencontrent ; & ceux qui sont au-dessous s'y raportent par des perpendiculaires qui déterminent l'assiéte de ces objets dans ce plan. La hauteur de l'œil se mésure ici par une perpendiculaire menée de

l'œil à ce Plan Géométral ; ce qui fait voir qu'un Tableau élevé par rapport à l'œil, est la même chose qu'un œil élevé par rapport au Tableau.

Fig. 42. Soit IL, la ligne de terre, H le pied de la ligne verticale ; marquez à discrétion dans la ligne de terre vers les côtez du Tableau, les points I & L. Prenez IS égal au tiers ou au quart de IH ; & élevez à la ligne de terre au point S la perpendiculaire SX, égale à une partie correspondante de la hauteur de l'œil & de sa distance prises ensemble ; menez la ligne XIG ; vous menerez de même YLQ en prenant LT égal au tiers ou au quart &c. de LH. Tirez dans le Plan Géométral, la ligne GQ paralléle à la ligne de terre, & distante de cette ligne du tiers, par exemple, de la hauteur de l'œil ; & tracez FP dans le Tableau aussi paralléle à la ligne de terre, & éloigné de

cette

cette même ligne du quart de la distance de l'œil. Ces deux lignes couperont XI en G & F, & YL en Q & P. Si on avoit pris la distance de GQ à la ligne de terre, égale au quart de la hauteur de l'œil, il auroit fallu prendre celle de FP, égale à la cinquiéme partie de la distance de l'œil, & ainsi de suite. A, est un point dont on demande la Représentation.

PRATIQUE.

Du point A, menez aux points F & P, les lignes AF, & AP qui coupent la ligne de terre en E, & en B; tirez les lignes EG, & BQ: *a* commune section de ces deux lignes continuées, est la Perspective cherchée.

DÉMONSTRATION.

Supposons que le Tableau soit

continué, CD est la ligne Horizontale; O l'œil marqué dans le Plan Horizontal. Par la construction il
* 78 est clair * que la ligne GF, continuée, passe par l'œil O: prolongez la ligne GS*a* jusques à ce quelle rencontre la ligne Horizontale en D, & menez la ligne OD. Abaissez du point G, sur la ligne Horizontale, la perpendiculaire GNR, que vous entre-couperez en R, par la ligne OR, qui passe par l'œil paralléle à la ligne Horizontale. Par la construction, GM est le tiers de MN: par conséquent il est le quart de GN; MZ est aussi le quart de NR: donc

GM, MZ :: GN, NR,

Compon. & altern.

GM, GN :: GM+MZ=GZ, GN+NR=GR.

Dans les triangles semblables GMI & GNC,

GM, GN :: GI, GC.

Les triangles GZF, & GRO, étant aussi semblables

GZ,

GZ, GR :: GF, GO.

donc

GI, GC :: GF, GO.

A cause des triangles semblables GIE, & GCD,

GI, GC :: GE, GD,

par conséquent

GF, GO :: GE, GD.

Et ainsi les triangles GFE & GOD, sont semblables; & la ligne FEA est paralléle à OD: d'où il s'en suit * que la perspective de EA, est une partie de E*a*D. On démontrera de même que B*a* est la perspective de BA; & ainsi la perspective du point A, commune section de EA, & BA, est *a*, intersection des perspectives de ces deux lignes. *13

PROBLEME IV.

81. *Représenter une ligne perpendiculaire au Plan Géométral, le Tableau étant placé au-dessus de l'œil.*

Fig. 43. Soit BE, la ligne de terre. Prenez sur cette ligne ED, égal à la longueur de la perpendiculaire proposée; & tirez CL, paralléle à la ligne de terre, & éloignée de cette ligne du quart, par exemple, de la hauteur de l'œil; faites FL égal aux trois quarts de DE, & menez les lignes EL, & DF. Si on avoit fait la distance de CL à BE, égale à la cinquiéme partie de la hauteur de l'œil, on auroit dû prendre FL, égal à quatre cinquiémes parties de ED. Soit maintenant *a* la perspective du pied de la perpendiculaire proposée; menez par ce point, *a*H pa-

Planche 18.ème

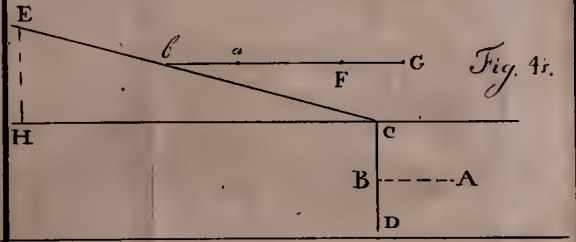


Fig. 41.

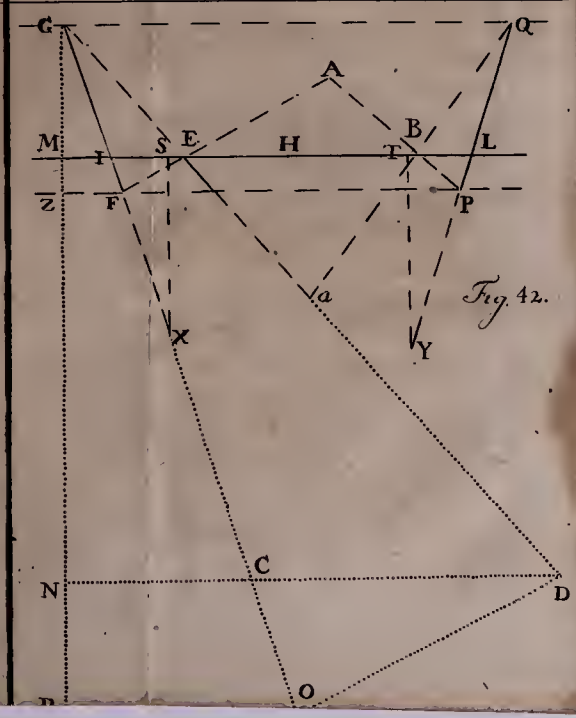


Fig. 42.

paralléle à la ligne de terre, & *a* I perpendiculaire à cette même ligne; faites *a* I égal à G H, & vous aurez la perspective proposée.

La démonstration de cette pratique est claire*, si l'on considére que D F & E L, si elles étoient continuées, se rencontreroient dans la ligne Horizontale. * 57

CHAPITRE CINQUIEME.

Pratique de la Perspective sur le Tableau incliné.

PROBLEME I.

Trouver la Perspective d'une figure qui est dans le Plan Géométral. 82.

SOit X le Plan Vertical; S I la Fig. 44.

 ligne

ligne de Station, S le point de station, & H l'intersection de la ligne de station & de la ligne de terre. Menez par ce point H, la ligne verticale HV, qui fasse avec SI un angle égal à l'angle de l'inclinaison du Tableau ; élevez ensuite à SI, dans le point de station S, la perpendiculaire IO, égale à la hauteur de l'œil ; & par l'extrémité de cette perpendiculaire, tirez le rayon principal OV, paralléle à SI, & coupant HV, dans le point de vûë V.

Maintenant il est clair que OV détermine la longueur du rayon principal, & HV la distance de la ligne de terre à la ligne Horizontale ; & comme les démonstrations des Problêmes, qui dans les chapitres précédents regardent le Plan Géométral, se raportent aussi au Tableau incliné, l'on peut se servir ici de ces Problêmes ; & par conséquent ce Tableau incliné se réduit

à un

à un Tableau perpendiculaire vû par un œil dont la hauteur seroit HV & la distance OV.

PROBLEME II.

Trouver la Perspective d'un point en l'air au-dessus du Plan Géométral. 83.

Soit HC la ligne de terre. Le point Accidental des lignes perpendiculaires au Plan Géométral est T. Il se marque* sur la ligne verticale dans l'endroit où elle est coupée par la prolongation de la ligne qui mesure la hauteur de l'œil; car cette derniére ligne est paralléle à ces perpendiculaires, ainsi ce point est le même que le point T de la fig. 44.: V est le point de vûë, S le point de station, & Q le point de station du Tableau perpendiculaire auquel se reduit* le Tableau incli- Fig. 45. * 13. * 82.

né. A est l'assiéte du point donné.

Pratique.

En quelque endroit apart tirez deux lignes MP & PE qui fassent ensemble un angle droit ; prenez sur une de ces lignes, PE égal à la hauteur du point dont on cherche la perspective, & menez la ligne EM, en sorte qu'elle fasse avec MP un angle égal à l'angle de l'inclinaison du Tableau. Du point A abaissez à la ligne de terre la perpendiculaire AD, sur laquelle vous prendrez AL égal à PM, vers la ligne de terre, quand le Tableau est incliné du côté des objets, comme nous l'avons supposé ici ; mais de l'autre côté de A, quand le Tableau est incliné vers l'œil. Du point A menez au point S une ligne qui coupe la ligne de terre en B. Joignez les points L & Q par une autre ligne qui coupe la ligne de

de terre en C. Menez la ligne TBX que vous entre-couperez au point X par une perpendiculaire à la ligne de terre dans le point C ; le point X est alors la Perspective cherchée.

Démonstration.

Dans la fig. 44. où V, S, T, & H, représentent les mêmes points que ceux qui sont marquez des mêmes lettres dans nôtre figure,

TH, HS :: TV, VO,

Compon. & altern.

TH, TV :: TH+HS, TV+VO,

Ce qui, appliqué à la fig. 45., est

TH, TV :: TS, TV+VO.

Si à présent on continuë TX jusques à ce qu'il coupe la ligne Horizontale en F. On aura

TH, TV :: TB, TF,

par conséquent

TB, TF :: TS, TV+VO.

D'où il s'ensuit, que si une ligne

étoit menée de l'œil au point F, elle seroit paralléle à SBA : donc
* 13. * la perspective de BA est une partie de BX ; & ainsi la perspective de A est dans cette ligne. La perspective d'une ligne perpendiculaire au Plan Géométral dans le point A, passe par la perspective de A, &
* 13. 14. par le point T * ; c'est donc aussi une partie de TX : mais le point donné est dans cette perpendiculaire ; partant sa perspective est dans TX.

D'un autre côté la perspective de
* 42. CL est * une partie de CX, par conséquent la perspective de L est dans cette ligne. Si une ligne partoit du point L, & passoit par le point proposé, elle seroit paralléle
* 6. à la ligne verticale ; & ainsi * sa perspective est perpendiculaire à la ligne de terre ; & comme cette perspective passe par celle du point L, ce sera une partie de CX : mais puisque cette ligne qui part du point L passe par le point proposé, la

Per-

Perspective de ce point est aussi dans CX, & partant en X intersection de CX avec TX.

Remarque.

Si le point T étoit trop éloigné, ou si TBX & CX s'entrecoupoient trop obliquement, il faudroit supposer le Tableau réduit * à un Tableau perpendiculaire, & chercher * la représentation d'un point en l'air dont l'assiéte fut L & la hauteur ME. 84. * 82. * 51.

PROBLEME III.

Trouver la Perspective d'une ligne Perpendiculaire au Plan Géométral. 85.

Il faut trouver * la Perspective de l'extrémité de la Perpendiculaire, en considérant cette extré- Fig. 45. * 83

mité comme si c'étoit un point en l'air, élevé au dessus du Plan Géométral de la hauteur de la Perpendiculaire proposée ; après quoi il faut mener du point D au point de vûë, une ligne qui parson inter-
16 section avec T X donnera l'apparence *a* du pied de la Perpendiculaire proposée.

Remarque.

Quand on est obligé de recourir
*84 à la remarque * du Problême précédent pour trouver le point X, on trouvera le point *a* en menant A S & D V, & enjoignant ensuite les point B & X par un ligne. Lors que B X & D V se coupent trop obliquement, il faut pour trouver la Perspective *a*, avoir recours au
*82 Prob. 1. *.

SE-

Planche. 19.me

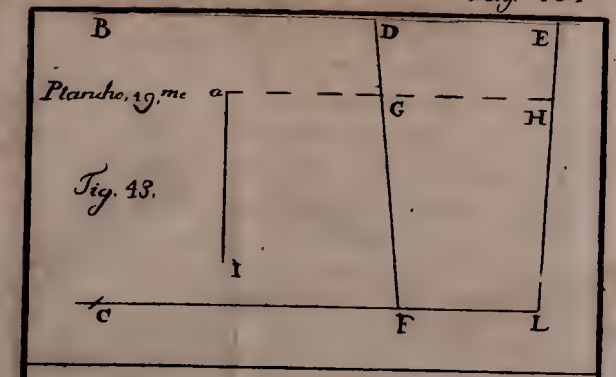


Fig. 43.

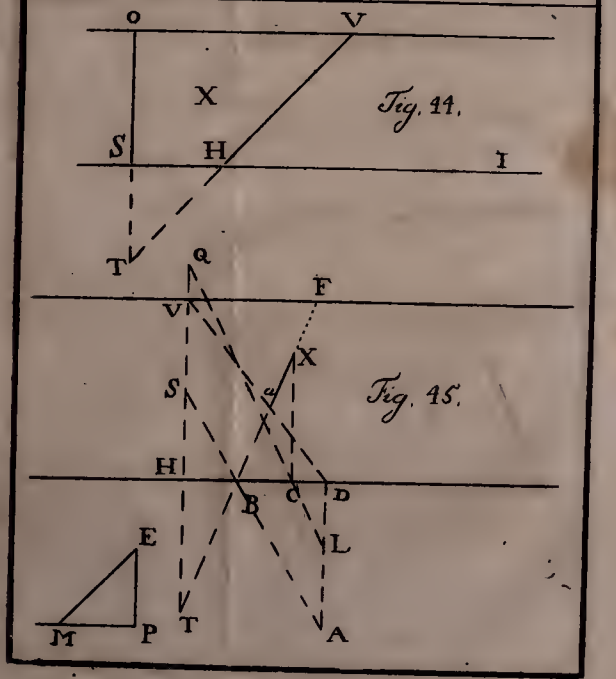


Fig. 44.

Fig. 45.

SECONDE METHODE.

Soit A le pied de la Perpendiculaire ; le triangle E P M est tracé comme il a été dit * ; T est le point Accidental des Perpendiculaires au Plan Géométral. 86. Fig. 46. * 83

PRATIQUE.

Par le point *a* Perspective de A, menez à la ligne de terre une Perpendiculaire que vous ferez * égale en représentation à la ligne M E en considérant cette derniére ligne comme paralléle à la ligne verticale ; de l'extrémité I de cette perspective, tirez au point de vûë V, une ligne entrecoupant la ligne T*a*, au point X, qui sera la Perspective de l'extrémité de la ligne proposée. * 56.

DÉ-

Démonstration.

Supposons que par le point A il passe une ligne égale à M E, & paralléle à la ligne verticale : supposons de plus que par l'extrémité de cette ligne & par l'extrémité de la Perpendiculaire proposée il passe une autre ligne ; cette derniére ligne par la construction de la figure M E P sera paralléle à la ligne de Station & par conséquent sa Perspective * passera par le point de vûë, & marquera par son intersection avec T *a* l'extrémité de la Perspective cherchée. Mais *a* I est * la Perspective de la premiére ligne que nous avons supposée égale à E M, & par conséquent V I est celle de la seconde. Ce qu'il falloit démontrer.

* 16

* 57.

Re-

Remarque.

Quand V I & T *a* se coupent trop obliquement, il faut avoir recours à la remarque de la méthode précédente, où il faut employer la méthode qui suit.

TROISIEME METHODE.

Soit T le point Accidental des lignes perpendiculaires au Plan Géométral: menez par ce point une paralléle à la ligne de terre, sur laquelle vous prendrez T R égal à O T de la fig, 44. 87. Fig. 47.

Pratique.

Prenez en quelqu'en droit, de la ligne de terre, D N égal à la ligne proposée, & menez les lignes D F & N F au point F pris à discrétion dans la ligne Horizontale; puis par le

le point *a* perspective de A, menez à la ligne de terre la parallelé *a* H sur laquelle vous prendrez *a* Q égal à G H. Alors si l'on tire les lignes T *a* & R Q qui étant continuées s'entrecoupent au point X, *a* X sera la perspective cherchée.

Démonstration.

La partie *a* Q de la ligne *a* H,
* 57. est * la Perspective d'une ligne qui part du point A dans le Plan Géométral, & qui est égale à la ligne proposée, & paralléle à la ligne de
* 20. terre; par conséquent * la ligne R Q passe par la Perspective de l'extrémité de la ligne proposée; & partant X intersection de R Q avec T *a*, est la Perspective de cette extrémité.

Planche. 20. me

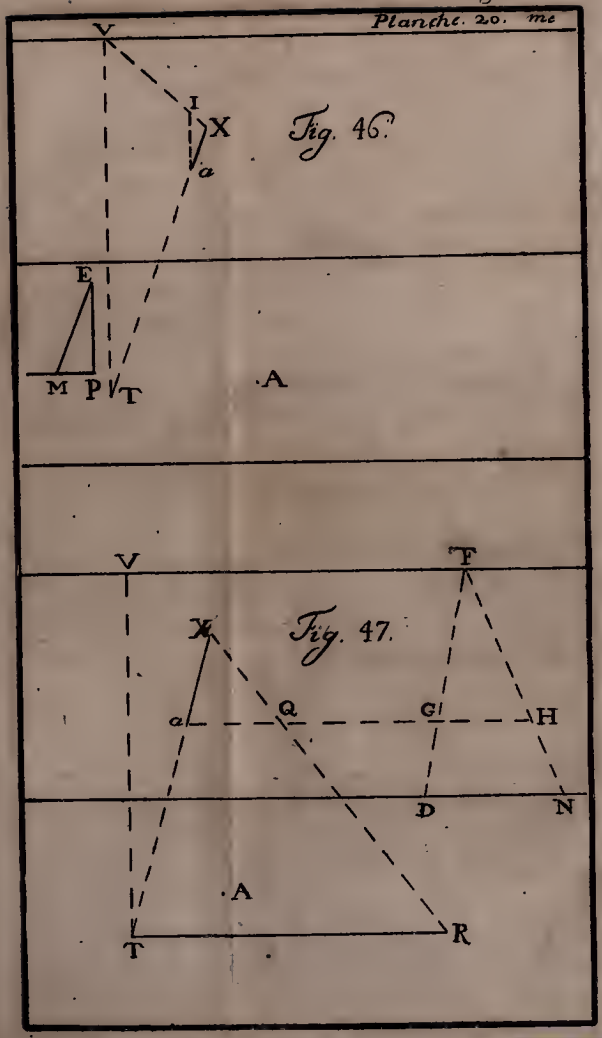


Fig. 46.

Fig. 47.

REMARQUE.

Il est clair * qu'on peut prendre TR, la moitié ou le tiers &c. de ce que nous l'avons pris ici, pourvû qu'on prene aussi alors DN égal à une partie correspondante de la ligne proposée. * 19.

PROBLEME IV.

Mettre en Perspective une Sphére. 88.

Il faut se servir ici de la méthode donnée * pour le Tableau perpendiculaire; avec cette différence, qu'au lieu d'employer le point de vûë, il faut prendre le point ou une perpendiculaire de l'œil au Tableau rencontre le Tableau. Et il faut remarquer que c'est cette perpendiculaire qui mesure la distance * 64.

tance de l'œil au Tableau.

PROBLEME V.

89. *Trouver le point Accidental de plusieurs lignes inclinées au Plan Géométral.*

Fig. 48. Soit AB la direction d'une des lignes inclinées; O est l'œil dans le Plan Horizontal, S est le point de station.

PRATIQUE.

Menez par l'œil O, à AB, la paralléle OD, rencontrant la ligne
* 13. 14. Horizontale en D, qui sera * le point Accidental des directions des lignes données; & par le point de station S, tirez à la même ligne AB, la paralléle SN, coupant la ligne de terre en N; après quoi menez la ligne ND. De D comme cen-

centre, & pour rayon DO, décrivez l'arc de cercle O *o*: & de N, comme centre, & pour rayon NS, tracez la portion de cercle S *s*. Menez la ligne *s o* razant ces deux arcs de cercles, & la ligne D *o* perpendiculaire à *s o*. Après quoi tirez *o* F, faisant avec *o* D un angle égal à l'angle de l'inclinaison des lignes, & coupant ND continué en F: alors F sera le point Accidental cherché quand les lignes ne sont point inclinées vers le Tableau: car si elles étoient ainsi inclinées, il faudroit mener *o* F au-dessous de *o* D.

DÉMONSTRATION.

Supposons que par l'œil il passe un plan paralléle aux lignes inclinées; l'intersection de ce plan avec le Plan Horizontal sera OD; & avec le Plan Géometral ce sera SN. Il est visible que si au-dessous du Plan

Plan Horizontal quant les lignes sont inclinées vers le Tableau, & au-dessus quand elles le sont de l'autre côté, on mene dans ce plan une une ligne faisant avec OD une angle égal à celui de l'inclinaison des lignes propofées; il est visible dis-je, que cette ligne sera paralléle aux lignes proposées, & rencontrera* le Tableau dans le point Accidental cherché. Si à présent on fait tourner sur la ligne ND comme sur son axe, le plan que nous venons de supposer, l'œil & le point de station qui sont dans ce plan rencontreront le Tableau en *o* & en *s*; car les lignes D*o* & N*s* sont égales à DO & NS, & forment des angles droits avec la li-*so* qui joint leurs extrémitez. Or ces deux points *s* & *o* répondent à la situation de l'œil & du point de Station l'un à l'égard de l'autre, dans le Plan que nous avons supposé. Donc la ligne *o*F répond aussi

* 13. 14.

à

à la ligne qui dans ce Plan imaginaire a été supposée paralléle aux lignes proposées ; par conséquent le point F est la rencontre de cette paralléle avec le Tableau ; & partant c'est le point Accidental cherché.

REMARQUE.

Quand on a le point Accidental T des Perpendiculaires au Plan Géométral, on abrege cette opération, en menant la ligne T D, qui passe nécessairement par le point N. Le point *o* se trouve alors par l'intersection de l'arc O *o*, & d'un demi cercle dont le diametre seroit T D.

PRO-

PROBLEME VI.

90. *Trouver la Perspective d'une ou de plusieurs lignes inclinées au Plan Géométral.*

Fig. 48. Soit A le pied d'une ligne inclinée au Plan Géométral, *a* sa Perspective. Déterminez par le moyen du triangle CPE, de la maniére
* 70 qu'il a été dit * pour le Tableau Perpendiculaire, la longueur AB de la direction de la ligne proposée.
* 83. Trouvez * le point X Perspective d'un point en l'air au-dessus du point B de la hauteur de PE; alors *a* X sera la Perspective cherchée.

SE-

SECONDE METHODE.

Par le point Accidental des lignes inclinées & celui de leurs directions. 91.

Soit AB la direction d'une ligne inclinée; D le point Accidental des directions, & F celui des lignes mêmes; T le point Accidental des perpendiculaires. Fig. 48.

PRATIQUE.

Continuez la ligne AB jusques à ce qu'elle rencontre la ligne de terre en G, & menez la ligne GD, que vous couperez en *a* & en *b* par des lignes tirées de A & B, à l'œil. Tirez les lignes *a*F & T*b*, s'entrecoupant au point X, & alors *a*X sera la Perspective cherchée.

DÉMONSTRATION.

* 44. *ab* est * la Perspective de AB, par conséquent la perspective de la ligne inclinée est une partie de *a*F. Mais l'extrémité de la ligne inclinée est dans une perpendiculaire au Plan Géométral dans le point B ; donc la perspective de cette extrémité est dans T*b*, & partant en X intersection de cette ligne avec *a*F.

TROISIEME METHODE.

92. Par le point Accidental F des lignes inclinées, menez FH parallèle à la ligne de terre & égale à *o*F de la fig. 48. *a* est la perspective du pied de la ligne inclinée dont on trouvera la Perspective *a*X par la pratique décrite *n*. 71.
Fig. 49.

CHA-

Planche. 21. me

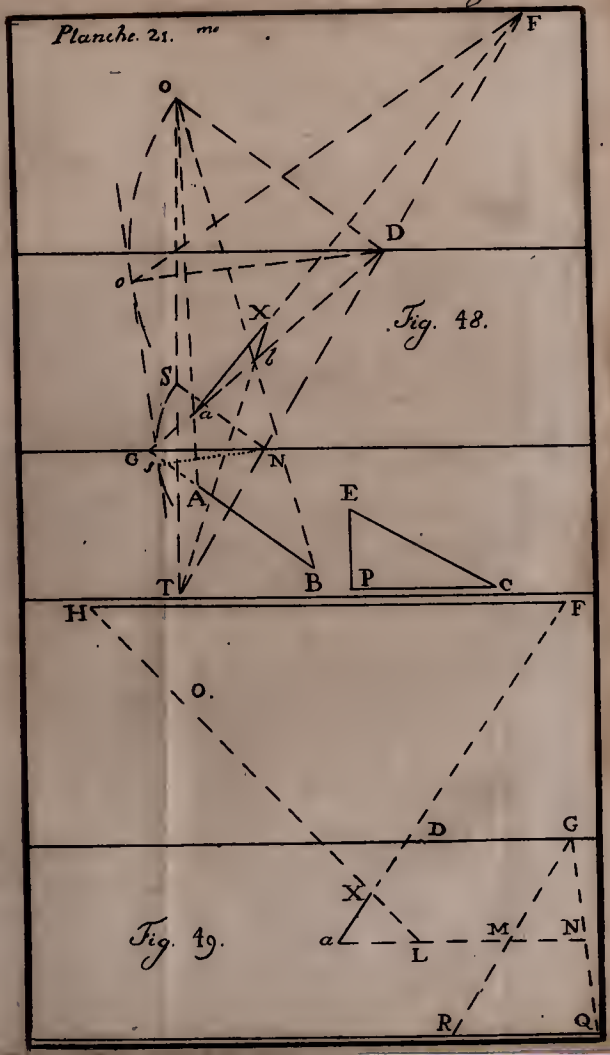


Fig. 48.

Fig. 49.

CHAPITRE SIXIEME.

Pratique de la Perspective sur le Tableau paralléle.

PROBLEME I.

Trouver la Perspective d'une figure qui est dans le Plan Géométral. 93.

QUand le Tablean est paralléle à l'Horizon, on le considére ordinairement comme étant lui-même le Plan Géométral ; & alors le Problême est tout résolu, mais quand il arrive qu'un autre Plan Géométral est donné au-dessus, ou au-dessous du Tableau sur lequel on doit tracer la Perspective des figures qui sont dans ce plan, il faut, par la Géométrie, faire sur le Tableau des figures semblables aux prémié-

res ; en sorte que les lignes du Tableau soient à leurs correspondantes dans le Plan Géométral, comme la distance de l'œil au Tableau, est à sa distance au Plan Géométral.

La démonstration de cette pratique est évidente par le *n.* 8. & 9.

PROBLEME II.

94. *Trouver la Perspective d'une ligne perpendiculaire au Plan Géométral.*

Fig. 50. Tirez en quelqu'endroit à part, une ligne OS, sur laquelle vous prendrez OR égal à la distance de l'œil au Tableau, & OS, égal à la distance de l'œil au Plan Géométral. Elevez sur cette ligne aux points R & S, les perpendiculaires indéfinies RG & SM ; & prenant sur SM, le point M à discretion, élevez sur cette ligne, la perpen-

pendiculaire M N égale à la ligne donnée, & tirez les lignes M O, & N O, qui coupent la ligne R G, au points E & G. Ensuite ayant mené à discrétion dans le Tableau une ligne par le point T, qui est le point où une ligne qui tombe de l'œil perpendiculairement sur le Tableau, rencontre ce Plan, prenez sur cette ligne T H, égal à R E & T I, égal à R G; tirez par le point *a*, perspective du pied de la perpendiculaire donnée, les lignes T *a*, & H *a*; & par le point I, menez une ligne I X paralléle à H *a*, & qui coupe T *a*, en X; & alors *a* X sera la perspective cherchée. Fig. 51.

Démonstration.

Il est évident * parce que je viens de dire, que le point T, est le point Accidental des lignes perpendiculaires au Plan Géométral; & par conséquent la perspective cherchée est une partie de T *a*. * 1, 14.

4. De plus il est évident * que si par des lignes droites on joint les pieds & les extrémitez de deux lignes perpendiculaires au Plan Géométral & égales entr'elles, ces lignes de jonction auront des représentations paralléles, puis qu'elles sont paralléles entr'elles & paralléles au Tableau. Par conséquent puisque H I, par la construction, est la perspective d'une ligne perpendiculaire au Plan Géométral, & égale à la ligne donnée, & que H *a*, passe par les perspectives du pied de cette perpendiculaire, & de celui de la perpendiculaire donnée, I X qui est paralléle à H *a*, & qui passe par l'extrémité de la Perspective H I, passera aussi par la Perspective de l'extrémité de la ligne donnée; & partant le point X sera la Perspective de cette extrémité.

REMARQUE.

Quand on a la Perspective d'une ligne perpendiculaire au Plan Géométral, il est facile par ce que nous venons de dire, de trouver la Perspective de toutes les autres perpendiculaires de même longueur. 95.

SECONDE METHODE.

Quand le Tableau sert de Plan Géométral.

Soit T, (comme dans la figure 51.) le point Accidental des lignes perpendiculaires; H I la portion d'un cercle, qui a pour centre T, & pour rayon la distance de l'œil au Tableau; *a* est le point où la perpendiculaire dont on cherche la Perspective rencontre le Tableau; BC est la longueur de cette perpendiculaire. 96. Fig. 53.

PRATIQUE.

De *a*, comme centre, & pour rayon BC, décrivez le cercle LF, & menez la ligne IL ou HF, qui raze les deux cercles HI, & FL; & alors *a*X ou *ax*, est la Perspective cherchée: *a*X, quand la perpendiculaire est élevée sur la face du Tableau que l'œil regarde; & *ax*, quand la perpendiculaire est du côté opposé.

DÉMONSTRATION.

Des centres T & *a*, tirez les rayons *a*F, *a*L, TH, & TI, aux points d'atouchement des lignes HF & IL, aux cercles FL & HI.

A cause des triangles semblables THX & *a*FX,

TH−*a*F, *a*F :: T*a*, *a*X,

Dans

Dans les triangles semblables T I *x*, & *a x* L.

T I + *a* L, *a* L :: T *a*, *a x*.

Maintenant soit P M N R, le Tableau; O l'œil; A Q, la perpendiculaire dont on cherche la perspective; O *t*, une perpendiculaire de l'œil au Tableau, & par conséquent *t*, le point T de la figure précédente. Si on mene les lignes O Q, il est évident que A *x*, ou AX, est la perspective de AQ, suivant que cette ligne est au-dessus ou au-dessous du Tableau par rapport à l'œil. Or dans les triangles semblables O *t x* & Q A *x*. Fig. 54.

O *t* – AQ, AQ :: *t* A, A *x*.

Et dans les triangles semblables O *t* X & X A Q

O *t* + AQ, AQ :: *t* A, AX

Or O *t* est égal à T H, & à T I, de la figure précédente; & A Q est égal à *a* F, & à *a* L, de la même figure; comme aussi *t* A, à T *a*: par conséquent si on compa-

re ces deux dernières proportions avec les précédentes, on trouvera $Ax = aX$ & $AX = ax$; ce qu'il falloit démontrer.

Remarque.

97. Quand on ne peut pas employer cette Méthode, à cause que les deux cercles s'entrecoupent, où sont l'un dans l'autre, il faut par le point T, mener à discrétion une ligne égale à la distance de l'œil au Tableau; & par le point *a*, lui tirer vers L ou vers F, suivant que la perpendiculaire est placée d'un côté ou d'autre du Tableau par rapport à l'œil, une paralléle égale à la perpendiculaire donnée. La ligne qui passera par les extrémitez de ces paralléles, déterminera la Perspective cherchée, par son intersection avec T*a*, comme il est évident par la démonstration précédente.

TROI-

TROISIEME METHODE.

Pour les perpendiculaires égales à une autre, dont on a déja la Perspective. 98.

Soit H I, la Perspective d'une perpendiculaire au Plan Géométral ou au Tableau. Du point Accidental T, comme centre, & pour rayon T H, décrivez l'arc de cercle H G, dont la corde est égale à H I ; tirez la ligne indeterminée T G C. *a* & *b* représentent les pieds des perpendiculaires dont il faut trouver la Perspective. Fig. 52.

PRATIQUE.

Du centre T, décrivez par les points *a* & *b*, les portions de cercle *b* F E, & *a* D C ; menez les ligne T *b*, & T *a*, sur lesquelles pre-

nez *b*L, égal à EF, & *a*X, égal à CD; & vous aurez les Perspectives cherchées.

DÉMONSTRATION.

Si HI, & *a*X, répréſentent des perpendiculaires de même grandeur; par la démonſtration de la méthode précédente, IH, eſt à HT & *a*X, à *a*T, comme la différence de ces perpendiculaires avec la hauteur de l'œil, eſt à la grandeur de ces perpendiculaires: & partant

HI, TH :: *a*X, *a*T

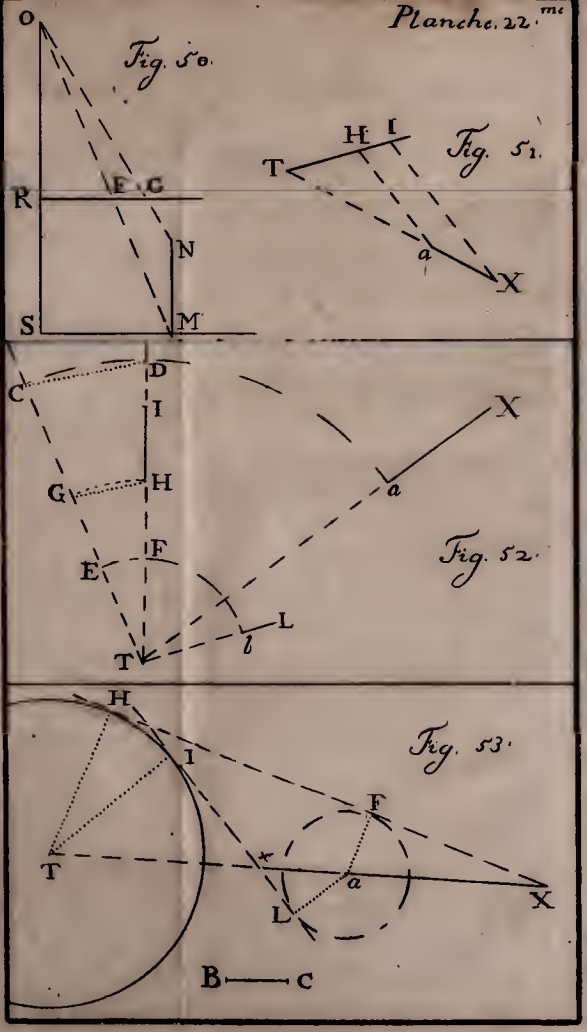
Mais dans la conſtruction de ce Problême, à cauſe des triangles ſemblables TCD & THG

HG=HI, TH :: CD=*a*X, TD=*a*T

par conſéquent HI, & *a*X, repréſentent des perpendiculaires de même grandeur. Ce qu'il falloit démontrer.

PRO-

Planche. 22.me



PROBLEME III.

Trouver le point Accidental de plusieurs lignes parallèles entr'elles & inclinées au Plan Géométral. 99.

Soit *ab*, la Perspective de la direction d'une des lignes données. Fig. 55.

PRATIQUE.

Menez, par le point Accidental T des lignes perpendiculaires au Plan Géométral, la ligne FTL, paralléle à *ab*; & au point T, élevez à cette ligne la perpendiculaire TG, égale à la distance de l'œil au Tableau; & par le point G, menez la ligne GL, ou GF, en sorte que l'Angle TLG, ou TFG soit égal à l'angle de l'inclinaison des lignes données; & alors le point

L, sera le point Accidental cherché, quand les lignes données sont inclinées vers *b*; & ce sera F, quand elles sont inclinées vers *a*.

Démonstration.

Il est clair par la construction, que si l'on suppose TG élevé en l'air perpendiculairement au Tableau, GL ou GF, sera paralléle aux lignes données; & par conséquent *L, ou F, sera le point Accidental cherché. * 13. 14

PROBLEME IV.

100. *Trouver la Perspective d'une ou de plusieurs lignes inclinées au Plan Géométral.*

Fig. 56. Soit *a b* la Perspective de la direction de la ligne donnée: on détermine la longueur de cette direction,

tion, par le moyen du triangle ECP, comme il a été dit * pour le Tableau perpendiculaire. Ensuite tirez par le point *b* la ligne *b*X, qui représente une perpendiculaire au Plan Géométral, égale à EP ; & menez *a*X, qui sera la Perspective cherchée. * 70.

SECONDE METHODE.

Par le moyen du point Accidental & de la Perspective des directions. 101.

Les mêmes choses étant données que dans la méthode précédente ; soit F, le point Accidental des lignes proposées, & T, celui des perpendiculaires au Plan Géométral. Fig. 56.

PRATIQUE.

Du point F, menez une ligne par le point *a* : entrecoupez la au point X, par une autre ligne que vous menerez du point T, par le point *b* ; & alors *a* X sera la Perspective cherchée.

TROISIEME METHODE.

102. *Par le point Accidental, sans employer la Perspective des directions.*

Fig. 56. Les mêmes choses étant données que dans la méthode précédente ; par le point *a*, tirez *a* I, qui représente une ligne perpendiculaire au Plan Géométral, & égale à E P. Par le point I, tirez à F T, une paralléle, qui par son intersection avec F *a*, détermine *a* X, qui est la Perspective cherchée. RE-

Planche. 23.me

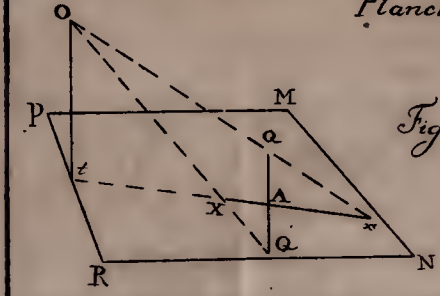


Fig. 54.

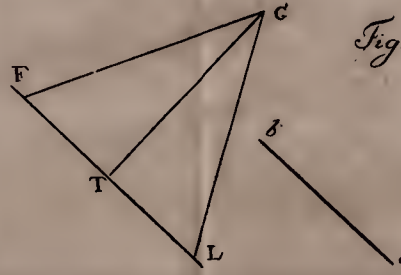
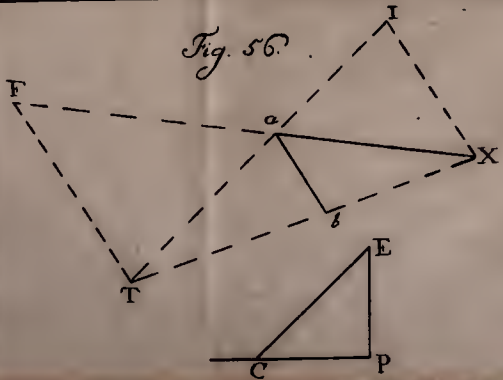


Fig. 55.

Fig. 56.



Remarque.

Quoique toutes les pratiques de ce Chapitre se rapportent au Tableau qui est au-dessous de l'œil, cela n'empêche pas qu'on ne s'en serve aussi quand le Tableau est placé au-dessus de l'œil. Dans ce cas on suppose le Plan Géométral au-dessus des objets, comme on l'a déja fait * dans une autre occasion. * 80.

CHAPITRE SEPTIEME.

Des Ombres.

JE remarquerai d'abord ici avec ceux qui ont écrit sur cette matiére, que quand le corps lumineux est égal au corps opaque, l'ombre est renfermée entre des paralléles, & que par conséquent, elle 103.

elle est égale sur tous les plans paralléles entr'eux que l'on pourroit placer à quelque distance que ce fût au-delà du corps opaque. Quand le corps lumineux est moindre que le corps opaque, l'ombre croît & s'augmente à l'infini. Et quand au contraire le corps opaque est plus petit que le corps lumineux, l'ombre va en décroissant se terminer dans un point.

Bien-que le Soleil soit infiniment plus grand qu'aucun des corps qu'il illumine, l'extrême éloignement où il est par rapport à ces corps, nous fera considérer ces rayons comme s'ils étoient paralléles; & par conséquent les corps qu'il éclaire, comme renfermez entre des paralléles: & c'est la prémiére sorte d'ombre que j'expliquerai ici: je parlerai ensuite des ombres qui vont toûjours en croissant. Ce que je dirai, suffira pour dessiner les ombres des corps rectilignes; car quant

quant aux ombres des autres corps, il est si difficile de les déterminer Géométriquement, que le meilleur c'est d'examiner celles qu'on voit tous les jours, pour se former une routine de les imiter.

Pour ce qui regarde les ombres qui se perdent en un point, je n'en dirai rien, leur trop grande variété ne permettant pas qu'on puisse donner des régles de Mathématique pour les déterminer. D'ailleurs, les Peintres ne supposent guére leurs Tableaux illuminez de cette troisiéme maniére; & quand ils le font, c'est pour représenter une chambre dans laquelle le jour entre par les fenêtres: mais alors le nombre de ces fenêtres, l'endroit où on les suppose placées, les différentes réfléxions que souffre la lumiére dans la chambre, toutes ces choses produisent tant de divers changemens, qu'un Peintre aura plûtôt fait de prendre garde aux ombres qu'il

voit

voit à tous momens, pour se mouler là-dessus dans le besoin, que de recourir à des régles qui ne peuvent pas comprendre tous les cas. Je passerai aussi sous silence la matiére du *clair-obscur*; un peu d'attention à ce qu'on peut voir journellement éclairera mieux cette matiére que ne pourroit faire un long discours, d'autant plus qu'il est impossible, sur ce sujet, de fournir des régles générales, & que la multitude infinie des figures, ne souffre pas qu'on les examine chacune en particulier: outre que pour attraper le *clair-obscur*, un Peintre doit faire attention non-seulement aux figures des objets, mais encore à leur couleur & à leur matiére.

Pour les Ombres solaires.

PROBLEME I.

Trouver la Perspective de l'Ombre d'un point en l'air, dont on connoît l'assiéte & la hauteur au-dessus du Plan Géométral. 104.

Soit Z le Plan Géométral ; A le point d'assiéte du point donné ; AB la direction d'un rayon du Soleil. Fig. 57.

PRATIQUE.

Tirez en quelqu'endroit à part deux lignes qui fassent ensemble un angle droit ; & prenez sur une de ces lignes PE, égal à la hauteur du point donné au-dessus du Plan Géométral : puis tirant par le point E, la

la ligne EC, qui fasse avec CP, un angle égal à la hauteur du Soleil, faites AB, égal à CP. Trouvez la Perspective du point B, & vous aurez le point cherché.

REMARQUE.

Cette Pratique, comme toutes les autres de ce chapitre, se rapporte à toutes les situations du Tableau, & elle est si évidente qu'il n'est pas besoin de la démontrer.

PRO-

PROBLEME II.

Trouver la Perspective de l'Ombre d'un point en l'air, dont on a la représentation aussi-bien que celle de son assiéte, sans se servir du Plan Géométral. 105.

Trouvez * F le point Accidental des rayons du Soleil, & D, celui de leurs directions: puis du point D, tirez une ligne par *a*, Perspective de l'assiéte du point donné; & du point F, tirez-en une autre par I, Perspective du point donné; & alors *b*, intersection de ces deux lignes, sera le point cherché, comme il est évident. Fig. 58. * 69. 89. 99.

REMARQUE.

Quoique pour trouver le point Acci-

Accidental de plusieurs lignes inclinées, nous ayons supposé * une des directions, marquée dans le Plan Géométral, il suffit pour la pratique, de connoître l'angle que font ces directions avec la ligne de terre : & ainsi, comme nous venons de le dire, on peut pour ce Problême, se passer entiérement du Plan Géométral.

* 69. 89.

106. Quand le Tableau est paralléle, les directions des rayons du Soleil n'ont pas de point Accidental ; mais leurs Perspectives sont paralléles entr'elles ; & dans ce cas, il faut tirer une de ces paralléles par le point *a* au lieu de la ligne D *a*. De plus quand il s'agit du Tableau perpendiculaire ou incliné, & que les rayons du Soleil sont paralléles au Tableau, il faut mener par le point *a*, une ligne paralléle à la ligne de terre ; & par le point I, il faut mener paralléle aux rayons du Soleil, une autre ligne qui coupera la

la premiére dans le point cherché.

PROBLEME III.

Trouver la Perspective de l'ombre d'un point en l'air, quand il y a quelque corps qui empêche l'ombre de tomber sur le Plan Géométral. 107.

Il faut alors trouver la Perspective de la section de ce corps, par un Plan qui passe par le point donné perpendiculaire au Plan Géométral, & qui soit paralléle aux rayons du Soleil. L'interfection de cette Perspective, & d'une ligne menée de l'apparence du point donné, à la représentation de son ombre trouvée par un des Problêmes précédens, est la Perspective cherchée.

Pour les ombres d'une petite lumiére.

PROBLEME IV.

108. *Trouver la Perspective de l'ombre d'un point dont on connoît l'assiéte, & la hauteur au-dessus du Plan Géométral.*

Fig. 59. Soit Z, le Plan Géométral; A, l'assiéte du point donné; & C celle de la lumiére: tirez la ligne CAB, indéfinie; & de C, comme centre, & pour rayon la hauteur de la lumiére au-dessus du Plan Géométral, tracez l'arc de cercle F: de même de A, comme centre, & pour rayon la hauteur du point donné, décrivez l'arc de cercle E. Menez la ligne F E, razant ces deux por-

portions de cercles, & coupant la ligne CA en B. Alors si on cherche la Perspective de B, on aura la Perspective de l'ombre qu'on demandoit.

PROBLEME V.

Trouver la perspective de l'ombre d'un point en l'air, dont on a la représentation avec celle de son assiéte, sans se servir du Plan Géométral. 109.

Il faut employer ici la pratique donnée * pour les ombres solaires, avec cette différence, qu'au lieu du point Accidental des rayons du Soleil, on se sert ici de la Perspective de la lumiére; & qu'au lieu du point Accidental des directions de ces rayons, on prend la Perspective du point d'assiéte de la lumiére. * 105

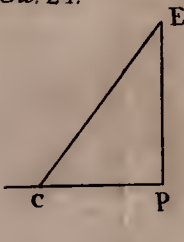
REMARQUE.

* 106 Ce qui a été remarqué * sur les ombres solaires, ne regarde pas celles dont on parle ici : car à l'égard de ce Problême, il n'y a point de difference entre le Tableau Perpendiculaire, incliné, ou paralélle; parce que dans ces diverses situations, les deux points dont on se sert peuvent toûjours se trouver.

Il faut encore remarquer que le
* 107 Problême 3.* se rapporte aussi bien aux ombres d'une petite lumiére, qu'à celles du Soleil, avec cette difference pourtant, que le Plan, qui dans le Prob. 3. a été supposé paralléle aux rayons du Soleil, dans celui-ci doit être supposé passer par la lumiére pour laquelle on cherche les Ombres.

CHA.

Planche. 24.me



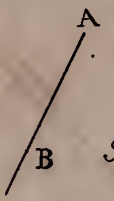


Fig. 57.

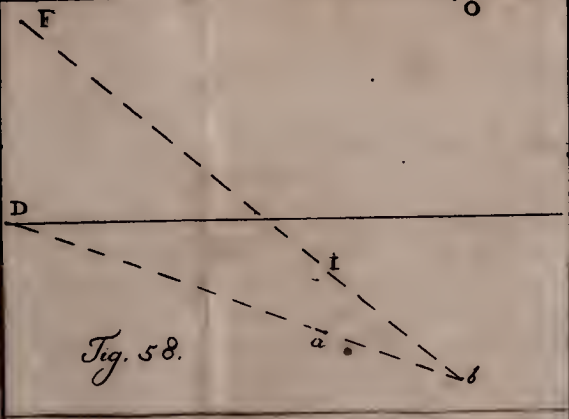


Fig. 58.

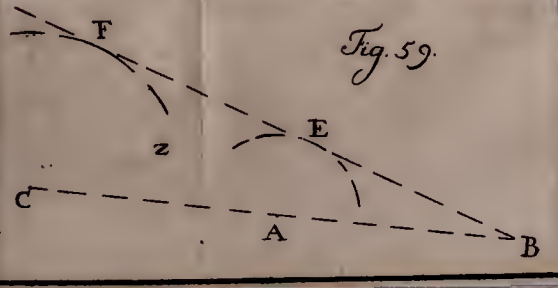


Fig. 59.

CHAPITRE HUITIEME.

Moyens d'abréger méchaniquement les opérations de la Perspective.

Pour le Tableau perpendiculaire.

PROBLEME I.

Trouver la Perspective des Figures qui sont dans le Plan Géométral. 110.

SOit O, l'œil; RH, la ligne de terre; F & G, des points * marquez par les mêmes lettres dans la fig. 10. Attachez une régle au point G, laquelle puisse tourner sur Fig. 60. * 31.

ce point, en sorte que toutes les lignes qu'on tire le long d'un des côtez de la régle, passent par le point G. Au point F, est attaché un fil qui passe par le trou d'un éguille marquée B; elle doit être d'argent ou de laiton, & pointuë des deux côtez, & ayant son trou proche d'une de ses extrémitez. Le fil passe ensuite autour d'une pointe attachée en O, & il est toûjours tendu par le moyen d'un plomb attaché à l'extrémité du fil, & de sorte qu'il pend librement hors de la table.

PRATIQUE.

Soit A, un des points de la figure qu'on veut mettre en Perspective: mettez sur ce point celle des deux pointes de l'éguille qui est proche du trou par où passe le fil. Faites glisser la régle GE, jusques à ce qu'elle coupe le fil AF, au point

point E, où ce fil coupe la ligne de terre, alors le point *a*, où la régle coupe le fil AO, est le point cherché, lequel on pourra marquer avec l'autre bout de l'éguille, en serrant la régle sur le papier, pour qu'elle assujettisse le fil, que le plomb sans cette précaution pourroit faire glisser. On continuera de la même maniére pour trouver les autres points.

Quant à la démonstration, *voyez n.* 32.

Quelquefois il est plus commode d'user de la méthode suivante.

SECONDE METHODE.

Soit O, l'œil; HE, la ligne de terre; FI, la ligne Géométral. Ayez une régle MN, à laquelle soient attachez deux fils égaux. De O, comme centre, & pour rayon la distance des fils sur la régle, coupez par un arc de cercle la ligne III. Fig. 61.

Géométrale en F ; attachez à ce point l'extrémité d'un des fils de la régle, & l'extrémité de l'autre au point O : ayez encore un fil qui passe par une éguille, comme il a été dit dans la méthode précédente : attachez ce fil en F, & faites le passer autour d'une pointe placée en O. La seule différence qu'il y a entre cette méthode & la méthode précédente, c'est qu'on se sert de la régle MN, en tenant toûjours tendus les fils MF, & NO, au lieu d'employer une régle qui tourne autour d'un point.

La démonstration est donnée ci-dessus *n.* 39.

PRO-

PROBLEME II.

Trouver la Perspective d'une ou de plusieurs lignes perpendiculaires au Plan Géométral. 112.

Il faut avoir deux régles LC, & NZ, attachées par deux fils, ou plûtôt par deux fils d'archal égaux, & arrêtez à des distances égales LI & MN, sur les deux régles. Fixez l'une de ces régles au bord du Tableau, perpendiculairement à la ligne de terre. Ayez un fil qui passe par une éguille, & qui soit assujetti par un plomb, de la maniére que je l'ai déja dit*: attachez ce fil à la couliſſe D, qui peut se mouvoir le long de la régle LC; & faites passer ce fil autour d'une pointe dressée contre la régle CL, en C, de maniére que CH, soit égal la hauteur de l'œil. Fig. 60.

* 110.

PRATIQUE.

Soit T, la Perspective du pied d'une perpendiculaire. Faites glisser la coulisse D le long de CL, jusques à ce que CD soit égal au double de cette perpendiculaire. Tendez le fil en faisant glisser l'éguille le long de la ligne Horizontale, jusques à ce que le bout du fil qui passe par C, traverse le point T: alors l'autre bout rencontrera en P la régle NS que l'on aura fait glisser jusques à ce qu'elle passe par T. Et PT sera la Perspective demandée.

La démonstration de cette pratique est évidente, par ce qui a été dit *n.* 59.

SE-

SECONDE METHODE.

Pour les perpendiculaires de même longueur. 113.

Quand il y a un grand nombre de perpendiculaires de même longueur, FG, étant paralléle à la ligne de terre, & FO, égal à la hauteur de l'œil, on peut prendre F*f*, égal à la longueur de ces perpendicnlaires, & attacher en *f*, le fil qui est arrêté en F. Elevez à la ligne de terre la perpendiculaire RS, égale à F*f*, & menez SQ, paralléle à la ligne de terre. Transposez * les figures du Plan Géométral, en sorte que le point R, convienne avec le point S, & RH, avec SQ. Alors si on trouve * la Perspective des pieds des perpendiculaires, en considérant SQ, comme la ligne de terre, on aura celle de leurs extrémitez. Fig. 60. * 61. * 110.

TROISIEME METHODE.

114. *Pour les perpendiculaires de même longueur.*

Fig. 61. Après avoir changé les figures du Plan Géométral, comme on
* 113. vient de le dire *, prenez sur la perpendiculaire R S, continuée, T *t*, égale à R S; & menez à la ligne de terre la paralléle *fi*. Marquez sur *fi*, le point *f*, de même
* 111. qu'on a marqué * F, dans F I; & attaché en *f*, les fils qui étoient attachez en F; puis en vous servant des fils ainsi attachez, & de S Q,
* 111. pour ligne de terre, trouvez * la représentation des pieds des perpendiculaires, & vous aurez la Perspective de leurs extrémitez.

DÉ-

DÉMONSTRATION.

Des deux derniéres Méthodes.

Si l'on suppose qu'il passe un plan par les extrémitez des perpendiculaires égales, ce plan sera paralléle au Plan Géométral, & il rencontrera le Tableau en SQ, puisque RS, a été fait égal à ces perpendiculaires: de plus, les extrémitez de ces perpendiculaires formeront dans ce second plan, une figure semblable à celle que forment leurs pieds dans le Plan Géométral; & cette figure sera placée, à l'égard de la ligne QS, comme celle du Plan Géométral l'est à l'égard de HR. Par conséquent si on éleve la figure qui est dans le Plan Géométral, en sorte qu'elle soit à l'égard de QS, ce qu'elle étoit à l'égard de HR, & si l'on trouve la Perspective des pieds des perpen- 115. Fig. 60. & 61.

diculairess proposées, on aura celle de leurs extrémitez. Or le changement que nous avons dit qu'il falloit faire à la figure du Plan Géométral, lui donne à l'égard de QS, la situation requise, & on a trouvé * la Perspective de la figure consi-
* 32.39. dérée dans ce nouveau Plan Géométral, puis qu'on s'est servi de SQ, pour ligne de terre, & que O*f*, (*fig.* 60.) est égal à la hauteur de l'œil au-dessus de ce plan, & que *fi* (*fig.* 61.) est la ligne Géométrale dans ce même plan.

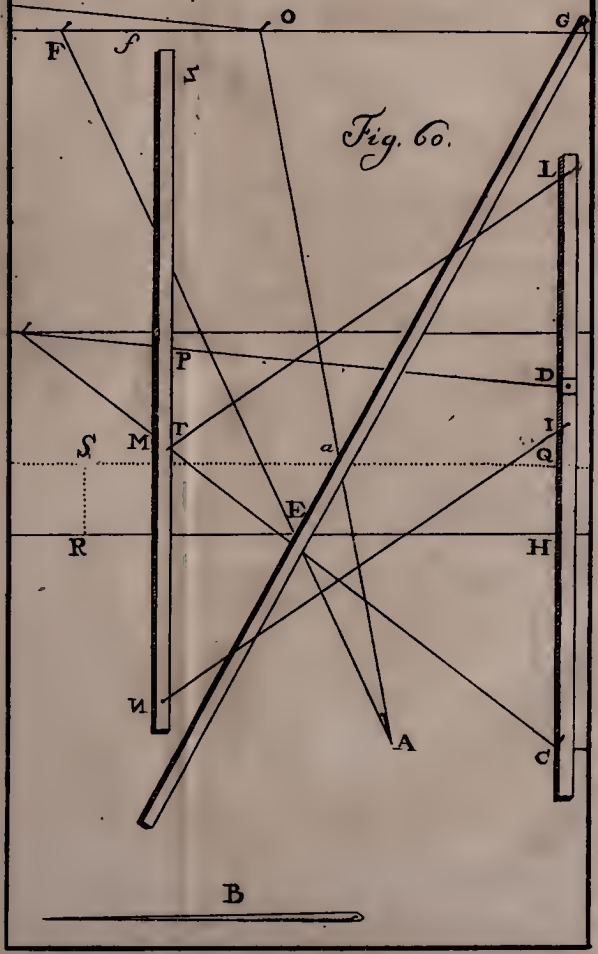
Pour le Tableau incliné.

PROBLEME III.

116. *Trouver la Perspective des figures qui sont dans le Plan Géométral.*

On peut se servir ici des pratiques

Planche. 25.me



ques données * pour le Tableau perpendiculaire, puisque le Tableau incliné se peut changer * dans un Tableau perpendiculaire. * 110. 111. * 82.

PROBLEME IV.

Trouver la Perspective de plusieurs lignes de même longueur, perpendiculaires au Plan Géométral. 117.

Elevez en quelque point de la ligne de terre, une perpendiculaire RC, sur laquelle prenez RL, égal aux lignes données; & tirez par le point L, la ligne LP, en sorte que l'angle LPR, soit égal à l'angle de l'inclinaison du Tableau; puis ayant pris RS, égal à PL, & SC, égal à PR, menez les lignes SQ, & CD, paralléles à la ligne de terre: ensuite élevez les figures du Plan Géométral, jusqu'à ce que Fig. 62.

le

le point R, convienne avec le point C, & la ligne RH, avec CD; puis faites le reste comme pour le
* 113. Tableau perpendiculaire*, en vous
114. servant de SQ, pour la ligne de terre.

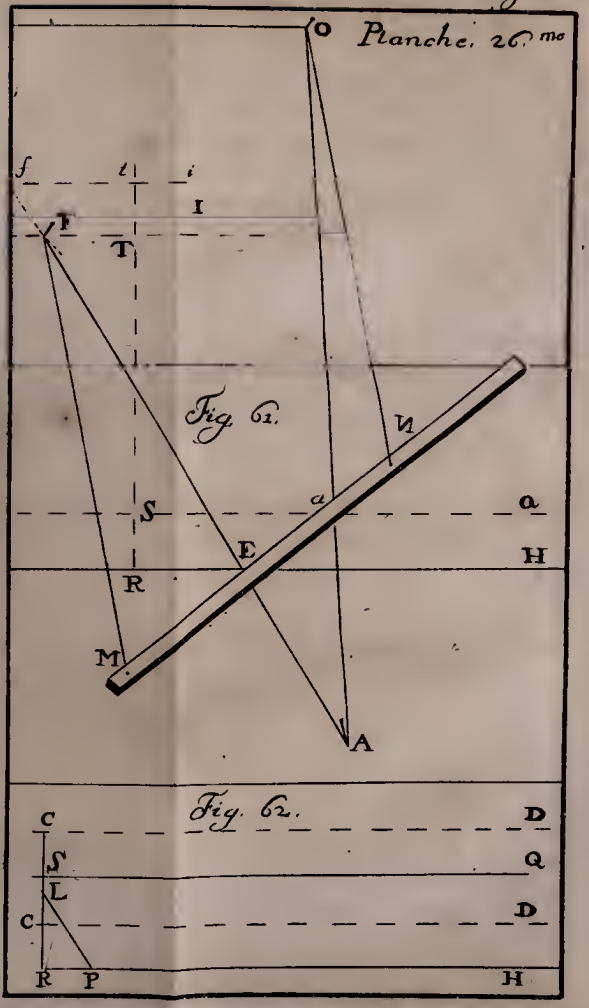
Pour la démonstration, *voyez n.* 115.

Remarque.

Le point C, doit être pris au-dessous du point S, quand le Tableau est incliné vers l'œil, & au-dessus, quand il l'est de l'autre côté. F*f* de la *fig.* 60. doit être pris ici égal à RS, & la ligne T*t fig.* 61. doit être ici une partie de la ligne RC continuée, & elle doit être égale à RS.

Pour

Planche. 26.me



Pour le Tableau paralléle.

PROBLEME V.

Mettre en Perspective des figures qui sont dans le Plan Géométral. 118.

Ayant tiré au hazard une ligne CF, prenez à discrétion sur cette ligne le point I, & faites IH & IG, égales à la distance de l'œil d'avec le Tableau: Faites de plus IC, & IF, égales à la distance de l'œil au Plan Géométral, ou du moins que IG, & IH, soient à IF, & IC, comme la distance de l'œil au Tableau est à sa distance au Plan Géométral: Elevez aux points H & G, des perpendiculaires à la ligne CF, & ayez deux régles à chacune desquelles soient attachez deux fils égaux, en sorte que les distan- Fig. 63.

distances des points où ces fils sont attachez dans chacune des régles, soient égales entr'elles, comme MN, & PQ : faites ensuite de F, & de C, comme centres, & pour rayon MN ou PQ, deux arcs de cercles qui coupent les perpendiculaires élevées aux points G & H, dans les points E & D ; puis attachez les extrémitez des deux fils d'une des régles, aux points C & D, & les fils de l'autre, aux points F & E.

PRATIQUE.

Soit Z, le Plan Géométral, & A, un point des figures données. Faites glisser les deux régles en tenant tendus tous les fils, jusques à ce que les deux fils attachez aux points C & F, se croisent au point A ; & alors le point *a*, où les deux autres fils se croisent, est la perspective cherchée. On en usera de même

même pour trouver les autres points.

Démonstration.

Le triangle D*a*E, est semblable 119.
au triangle CAF : & puisque tous les triangles que l'on forme pour de différents points, ont les mêmes bazes DE, & CF, qui sont entr'elles comme la distance de l'œil au Tableau l'est à sa distance au Plan Géométral, il s'ensuit que leurs sommets forment des figures semblables, dont les lignes correspondantes sont dans la même proportion, & qui par conséquent sont * les perspectives cherchées. * 8. 9.

Remarque.

On pourra pour la commodité prendre les fils PE & MD, d'une autre couleur que les deux autres QF, & CN.

PRO-

PROBLEME VI.

120. *Trouver la Perspective de plusieurs lignes égales entr'elles & perpendiculaires au Plan Géométral.*

Fig. 64. Soient C, D, E, F, G, I, H, les points marquez des mêmes lettres dans la figure précédente, comme aussi les régles PQ & MN : soit de plus B, le point où une perpendiculaire de l'œil au Plan Géométral, rencontre ce Plan ; soit T, la perspective de ce point, trouvée par le Problême précédent. Faites FL, & CR, égales à la longueur des lignes données ; & des points R, & S, comme centres, & pour rayon MN, ou PQ, distances des fils sur les régles, faites deux arcs de cercle qui coupent les perpendiculaires HD, & GE, aux points X,

X, & S : puis attachez aux points L, & S, les extrémitez des fils qui étoient fixez aux points F & E ; & transportez de même aux points R & X, les fils placez en C & en D : alors faisant glisser les deux régles jusques à ce que les fils SP, & XM, s'entrecoupent au point T, marquez le point O, où les deux autres fils s'entrecoupent. Menez par ce point & par le point B, la ligne indéfinie BOV : ensuite changez les figures du Plan Géométral, ensorte que le point B, convienne avec le point O, & la ligne BO, avec OV. Trouvez par le Problême précédent, en vous servant des fils attachez comme nous venons de le dire, les perspectives des pieds des perpendiculaires, & vous aurez celles de leurs extrémitez.

Démonstration.

Supposons un plan qui passe par les

les extrémitez de ces perpendiculaires ; ce plan sera paralléle au Plan Géométral, & par conséquent aussi au Tableau, puisque toutes les perpendiculaires sont supposées égales. Or la figure que les extrémitez des perpendiculaires forment dans ce plan, est semblable & égale à celle que leurs pieds forment dan le Plan Géométral : & partant la Perspective de la figure qui est dans le second Plan, est aussi semblable à la figure qui est dans le Plan Géométral, & les lignes qui composent cette Perspective sont à leurs correspondantes dans ce second Plan, comme la distance de l'œil au Tableau, est à sa distance au Plan que nous venons de supposer. Mais par le moyen des fils attachez de la maniére que nous venons de le dire, on trouve une figure dont les
* 119. lignes ont * cette proportion là ; donc cette figure est la Perspective cherchée, & elle est située à

l'é-

l'égard des Perspectives des figures du Plan Géométral, comme elle doit l'être, parce que nous avons fait glisser ces figures; tellement que la perpendiculaire au point B, n'a pour Perspective qu'un point. Ces mêmes Perspectives sont aussi tournées de la maniére qu'il le faut, parce que l'on a fait convenir la ligne BQ, avec OV.

Pours les Ombres solaires dans toutes les situations du Tableau. 121.

PROBLEME VII.

Trouver la Perspective des Ombres de plusieurs points élevez de la même hauteur au-dessus du Plan Géométral.

Trouvez * un point dans le Plan Géo- * 104.

Géométral, qui soit l'ombre d'un des points donnez: changez les figures du Plan Géométral, en sorte que le point d'assiéte de ce point donné, convienne avec son ombre, & que la ligne qui passe par ce point d'assiéte & par le point d'ombre, convienne avec sa prolongation. Alors si suivant la situation du Tableau, on cherche * la Perspective des points d'assiéte des points donnez, on aura celle de leurs ombres.

* 110. 116. 118.

CHA-

Planche. 27.me

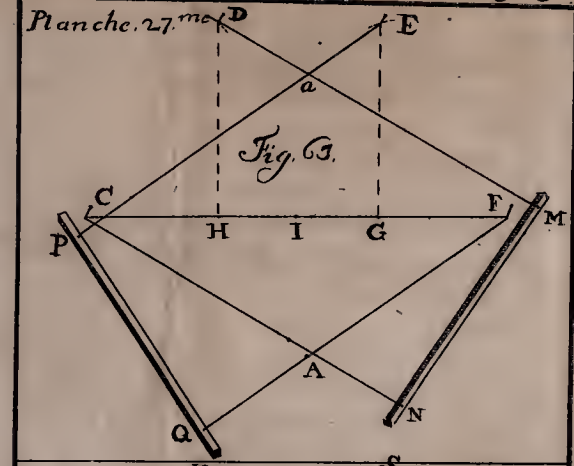


Fig. 63.

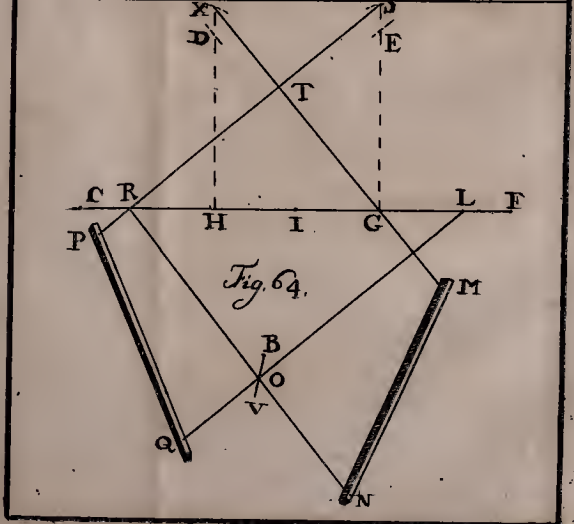


Fig. 64.

CHAPITRE NEUVIEME.

L'Usage des régles de la Perspective dans la Gnomonique. Ou l'art de tracer les lignes Horaires dans toutes sortes de Quadrans, par le moyen de l'Horizontal.

LA perfection du dessein n'est pas le seul fruit qu'on peut retirer de la Perspective, on peut en appliquer les régles à quelques autres parties des Mathématiques, & principalement à la Gnomonique, ou à l'Art de tracer les Quadrans Solaires : car si l'on considére l'extrémité du stile comme l'œil, & les rayons Solaires comme des rayons visuels, on pourra, par le moyen d'un quadran Horizontal, tracer tous les autres quadrans

possibles pour la même latitude, comme nous l'allons démontrer.

122. Soit ABCD, un quadran Horizontal fait pour une latitude quelle qu'elle puisse être; EF, son stile; HIML, un Plan sur lequel on doit tracer un quadran. Supposons que ce Plan soit situé de telle maniére, que l'extrémité de son stile FG, convienne avec l'extrémité du stile du premier quadran; alors si l'on trouve sur le Plan HIML, la Perspective d'une des lignes Horaires du quadran ABCD; en considérant le point F, comme l'œil, il est évident * que l'ombre du point F, rencontrera cette Perspective au même tems qu'elle auroit rencontré la ligne Horaire dont elle est Perspective; & par conséquent cette ombre montrera sur ce Plan, l'heure qu'elle auroit montré sur le quadran. Partant cette Perspective sera une ligne Horaire d'un quadran tracé sur le Plan HLMI,

Fig. 65.

* 2.

HLMI, & qui auroit pour stile GF. On démontrera la même chose des Perspectives des autres lignes Horaires qui forment ensemble un quadran sur le Plan HLMI. Voyons maintenant comment on peut trouver le plus commodément ces Perspectives.

PROBLEME I.

Tracer les Quadrans verticaux. 123.

Par le point E, qui est le pied du stile du quadran Horizontal ABFD, menez la ligne EO, égale à la longueur du stile du nouveau quadran que l'on veut tracer, & faisant avec la méridienne C. XII, un Angle égal à l'Angle de la déclinaison du Plan : cet Angle doit être pris vers le point D, quand la déclinaison est du midi à l'Orient, comme ici ; vers F, quand elle est Fig. 66.

du midi à l'Occident; vers A, quand elle est du Septentrion à l'Occident, & vers B, quand elle est du Septentrion à l'Orient. Par l'extrémité O de cette ligne, tirez la ligne I H, qui lui soit perpendiculaire; puis menez par le centre du quadran, la ligne C P, paralléle & égale à E O; & par son extrémité P, menez la ligne P S, paralléle à H I.

Fig. 67. A présent pour tracer le quadran, tirez-en un endroit à part la ligne *h i*, sur laquelle vous marquerez les divisions de la ligne H I; & au point *o* qui convient avec le point O, vous éleverez la perpendiculaire *o p*, égale au stile du quadran Horizontal A B D F: menez par l'extrémité de cette perpendiculaire une paralléle à *h i*, sur laquelle vous marquerez les divisions de la ligne P S, en faisant convenir le point P, avec le point *p*; puis joignez chaque division de cette ligne avec

avec celle qui lui répond dans la ligne *hi*, & vous aurez le quadran cherché, dans lequel *p*, sera le pied du stile, & *ps*, la ligne Horizontale.

Démonstration.

La ligne de terre est *hi*; *ps* est la ligne Horizontale; *p*, le point de vûë; & EO, ou CP, de la fig. 66. est la longueur du rayon principal. Fig. 66. & 67.

Supposons que le Plan *pshi*, soit posé perpendiculairement sur le quadran Horizontal, en sorte que la ligne *hi* convienne avec HI; & le point *o*, avec O. Supposons de plus que par l'extrémité du stile, que je considére comme l'œil, on méne dans le Plan Horizontal des lignes paralléles aux lignes Horaires du quadran; ces lignes comme il est évident, rencontreront la ligne Horizontale *ps*, dans les

points déja marquez ; & par con-
* 13. séquent * les Perspectives des lignes Horaires sont les lignes qui joignent les divisions des lignes *h i* & *p s*.

Remarque.

Quand il arrive que la ligne H I, rencontre la méridienne, la méthode ordinaire par le quadran Horizontal, est plus facile que celle-ci.

PROBLEME II.

124. *Tracer les Quadrans inclinez.*

Ces quadrans se tracent de la même maniére que les verticaux, après que l'on a fait la préparation suivante.

Fig. 68. Tirez la ligne *e c* égale au stile du quadran Horizontal, & élevez à ses deux extrémitez les perpendiculaires *e o*, & *c p* ; puis par le point

c,

Planche. 28. me

Fig. 65.

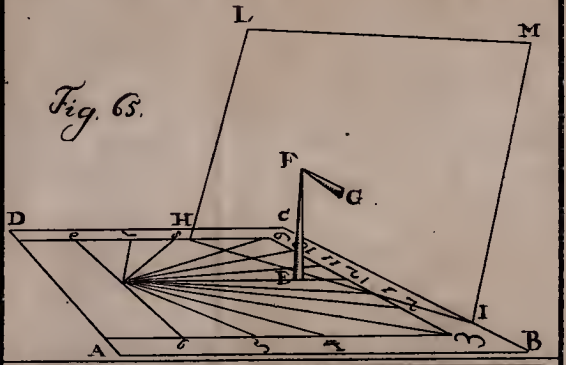
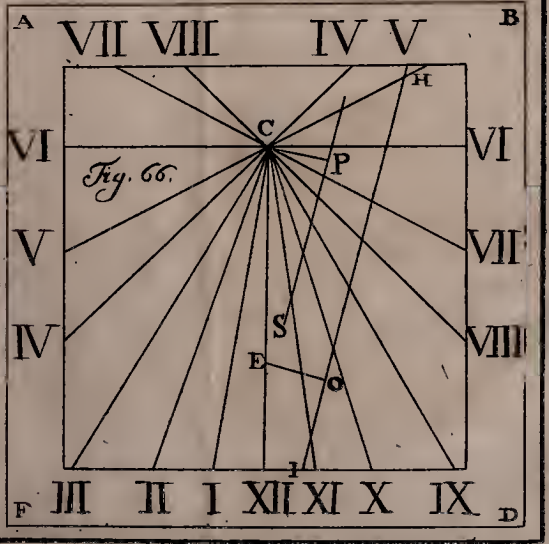


Fig. 66.



c, menez la ligne *c* G égale à la longueur du stile du quadran que l'on veut tracer ; & faisant avec *c e* un Angle égal à l'Angle de l'inclinaison du Plan sur lequel on le doit tracer ; après quoi menez par l'extrémité G de cette ligne, la ligne *o* G *p* qui lui soit perpendiculaire. Cette préparation achevée, on se sert de la pratique du Prob. précédent, en faisant E O & C P dans le quadran Horizontal, égales à *e o*, & *c p*, de cette figure ; & *o p* dans le quadran que l'on veut tracer, égal à *o p* de cette figure, dans laquelle le point G, donne le pied du stile.

S'il arrive dans la préparation dont nous venons de parler, que la ligne *p o*, coupe la ligne *e c*, il faut dans le quadran Horizontal prendre E O, dans la même ligne, où on l'auroit pris sans cela ; mais dans cette ligne continuée de l'autre côté du pied du stile. Fig. 69.

La Démonstration de ce Problême est la même que celle du précédent, si l'on considére que l'Angle *p o* Q, est égal à l'Angle G *c e*, qui a été fait égal à celui de l'inclinaison du Plan.

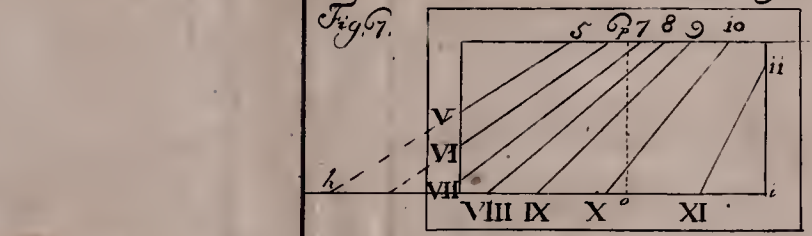
On pourroit encore montrer plusieurs autres usages des régles de la Perspective, pour faciliter la Gnomonique; mais cela ne regarde pas mon sujet, il me suffit d'en avoir donné un petit Essai, touchant le Problême le plus commun & le plus utile de l'Art de tracer les Quadrans.

F I N.

USA-

Planche. 29. mc.

Fig. 67.



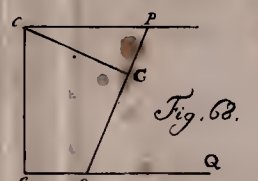


Fig. 68.

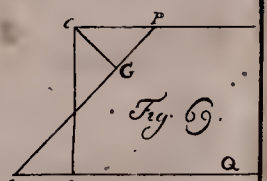


Fig. 69.

USAGE
DE LA
CHAMBRE OBSCURE
POUR
LE DESSEIN.

AVERTISSEMENT.

Tout le monde ſçait avec quelle facilité on peut, par le moyen d'un ſeul verre convexe, repréſenter au naturel dans un lieu obſcur, les objets qui ſont au dehors. Spectacle, que la vivacité des couleurs, & la varieté des mouvemens rendent très agréables ! Il eſt d'ailleurs ſi aiſé de rendre cette invention utile pour le deſſein, que le ſoin de traiter cette matiére auſſi au long qu'on le fait ici, paroîtra ſans doute peu néceſſaire. Il ſemble qu'un petit nombre de remarques ſuffiſent à un Lecteur attentif, pour le mettre ſur les

voyes, & lui donner lieu d'employer quelque machine aux usages qu'on lui auroit indiqué. On pourroit lui laisser ainsi le plaisir de l'invention, après la lui avoir renduë facile. C'est aussi là le premier parti qu'on avoit résolu de prendre : mais on a consideré que dans la construction méchannique d'une machine propre à faciliter le dessein, on ne pouvoit pas prévoir plusieurs choses que l'expérience seule peut apprendre ; qu'il falloit tatonner assez long-tems, & essayer plusieurs méthodes avant d'en pouvoir choisir une qui fût simple & utile. Comme on avoit fait tout ce chemin là,

là, on a crû devoir en épargner la fatigue aux autres, & on a espéré qu'il ne leur seroit pas desagréable de voir ici la description de deux machines, lesquelles après plusieurs changemens, on se flate d'avoir renduës assez commodes.

La premiére des deux est sans contredit preférable de beaucoup à la seconde: elle est plus ferme; elle rend le travail plus aisé & plus exact; & il est plus facile d'y représenter les tailles douces. Joignez à tout cela, qu'avec très peu de changement on pourroit la rendre susceptible du petit nombre d'usages qui sont particuliers à la seconde Machi-

ne ; mais qui ſont de fort peu de conſéquence. Néanmoins comme cette derniére Machine eſt plus ſimple, d'une dépenſe beaucoup moindre, & quelle eſt plus facile à tranſporter, on a crû qu'il ſeroit bon d'en donner auſſi la deſcription dans ce petit Ouvrage.

Je ne m'arrêterai point à faire valoir les avantages que ces Machines pourront procurer aux Peintres ; je remarquerai ſeulement qu'elles ſont d'un grand uſage pour réduire dans un même Tableau pluſieurs objets ſéparez. On peint le plus qu'il eſt poſſible d'après la nature : mais il eſt très mal aiſé de donner à pluſieurs objets re-

représentez dans un Tableau leur véritable grandeur, & de les raporter à un même point de vûë: cependant cela s'éxécute avec beaucoup de facilité par le moyen des machines. Le point de vûë y est toûjours le même, tant qu'on ne change point la disposition du verre convexe; & la grandeur de la représentation des objets y dépend de leur éloignement de la Machine.

On pourroit sans doute perfectionner d'avantage cette invention, si quelqu'un vouloit s'en donner la peine. Voici quelques remarques qui ne lui seront pas inutiles. 1. *Il ne faut pas se servir de plus d'un verre convexe; car quand on en employe*

deux,

deux, ou d'avantage, on perd la véritable Perſpective des objets. Inconvenient à quoi on eſt auſſi ſujet, quand de quelque maniére que ce puiſſe être, on fait entrer le miroir concave, dans la conſtruction de la Machine? 2. *Quand on employe plus de deux miroirs plans, les rayons après une triple réfléxion ſont trop foibles pour bien repréſenter les objets. Il faut même quand on ſe ſert de deux miroirs qu'ils ſoient bien polis.* 3. *Il ne faut pas faire entrer les miroirs dans la Machine : car dans un lieu ſi étroit, l'humidité de la reſpiration les obſcurciroit ; ce qui n'arrive pas au verre convexe, par ce qu'il eſt renfermé dans un tuyau.*

USAGE
DE LA
CHAMBRE OBSCURE
POUR
LE DESSEIN.

DEFINITION.

On nomme Chambre Obſcure, tout lieu privé de lumiére, dans lequel on repréſente ſur un papier, ou ſur quelqu'autre choſe de blanc, les objets qui ſont au dehors, expoſez au grand jour. 1.

POur repréſenter ainſi les objets, on fait de leur côté, dans ce lieu obſcur, une petite ouverture;

ture : on place dans cette ouverture un verre convexe, & au foyer de ce verre on étend un papier sur lequel alors les objets paroissent renversez.

THÉORÉME I.

2. *La Chambre Obscure donne la véritable Perspective des objets.*

Les figures représentées dans la Chambre Obscure se forment, *comme cela se demontre dans la Dioptrique*, par des rayons, qui partant de tous les points des objets, passent par le centre du verre : de sorte qu'un œil posé dans ce centre, verroit les objets par ces mêmes rayons lesquels par conséquent doivent donner la véritable représentation des objets, par leur rencontre avec un Plan. Mais la pira-

ramide que forment ces rayons au dehors de la Chambre, étant ſemblable à celle qu'ils forment après avoir paſſé le verre, il s'enſuit que les rayons, qui, dans la Chambre rencontrent le papier, y donnent auſſi la véritable repréſentation des objets. Ce qu'il falloit démontrer.

Ces objets paroiſſent renverſez, par ce que les rayons ſe croiſent en traverſant le verre, ceux qui viennent d'enhaut paſſant en bas, &c.

THEOREME II.

3. *La reflection que souffrent les rayons sur un miroir Plan, avant de rencontrer le verre convexe, ne gâte point la représentation des objets.*

Cela est clair; car le miroir réfléchit les rayons dans le même ordre qu'il les reçoit.

Pour montrer à présent l'usage qu'on peut tirer de la Chambre Obscure pour le dessein, je donnerai ici la description de deux Machines dont je me suis servi pour cet effet, & j'en montrerai les usages.

Deſcription de la premiére Machine.

Cette Machine a la forme à peu près d'une chaiſe à porteur : le deſſus en eſt arrondi vers le derriére, & par devant elle eſt faite en talut juſques à la moitié de ſa hauteur : voyez la Figure 70. qui repréſente la Machine, dont le côté oppoſé à la porte, eſt ſuppoſé enlevé, pour qu'on en puiſſe voir le dedans. 4. Fig. 70.

Au dedans la planche A, ſert de table : elle tourne ſur deux chevilles de fer qui entrent dans les bois qui forment le devant de la Machine. Cette table eſt ſoutenuë par deux chaînettes ; de ſorte qu'on peut la ſoulever, pour entrer plus commodement par la porte qui eſt de côté. 5.

De part & d'autre il y a vers le derriére de la Machine, un tuyaux 6.

de

de fer blanc recourbé vers les deux bouts, comme on le voit dans la Figure 76. Ces tuyaux se placent dans la garniture qui est au dedans, & ils ont chacun une de leurs extrémitez, qui donne dans la Machine, & une qui aboutit au dehors. Ils servent à donner de l'air, sans que la lumiére y puisse passer. On n'a pas pû les marquer dans la Figure de la Machine.

7. Au derriére de la machine, en dehors, sont attachez quatre petits fers *c*, *c*, *c*, *c*, dans lesquels glissent deux régles de bois D E, D E, lesquelles sont de la largeur d'environ trois pouces. Au travers du haut de ces deux régles, passent vers D, D, deux lattes, qui tiennent attachée une planche F, laquelle, par leur moyen, on peut faire avancer & reculer.

8. Au-dessus de la Machine, il y a une planche, longue d'environ quinze pouces, & large de neuf, dans

dans laquelle il y a une échancrure PMOQ, longue de neuf ou dix pouces & large de quatre.

9. On attache ſur cette planche, deux régles faites en forme de queuë d'aronde, entre leſquelles on fait gliſſer une autre planche de même longueur que la prémiére, & large d'environ ſix pouces. Cette ſeconce planche eſt percée par le milieu; & dans cette ouverture qui doit avoir environ trois pouces de Diamétre, on fait une écrouë, qui ſert à élever & à abaiſſer un Cilindre, ſur lequel il y a une vis, & dont la hauteur eſt d'environ quatre pouces. C'eſt dans ce Cilindre, comme on le verra dans la ſuite, qu'eſt placé le verre convexe.

10. On fait gliſſer au-deſſus de la planche dont on a parlé *n.* 8. une boëte X, en forme de petite tour quarrée, large d'environ ſept ou huit pouces, & haute de dix; le côté B, qui lui ſert de porte, eſt tourné

tourné vers le devant de la Machine. Le derriére de cette boëte à vers le bas une ouverture quarrée N, d'environ quatre pouces, laquelle peut se fermer par une petite planche I, qui glisse entre deux régles.

11. Au-dessus de cette ouverture quarrée, il y a une fente, paralléle à l'Horizon, & qui tient toute la largeur de la boëte; par cette fente on fait entrer dans la boëte un petit miroir, qui des deux côtez glisse entre deux régles placées de telle maniére, que la glace du miroir qui est tournée vers la porte B, fait avec l'Horizon, un Angle de cent douze dégrez & demi.

12. Ce miroir, sur le milieu du côté qui reste hors de la boëte, a une petite platine de fer qui tient lieu de baze à une petite vis, laquelle avance & sert à arrêter le miroir dans l'endroit où on le voit en H. Pour le fixer ainsi, on fait passer la vis dans un petit trou qu'on fait dans

dans la planche dont il eſt parlé *n.* 9., & par une fente qu'on fait pour cet effet dans la planche qui eſt au deſſous de celle-là, & dont on a parlé *n.* 8. Ce miroir ſe tourne verticalement de tous côtez, & on l'arrête par le moyen d'une écrouë R. Quand on ôte le miroir, de cette ſituation, la fente dont on vient de parler ſe ferme par une petite planche, qui au dedans de la Machine gliſſe entre deux petites régles. Quant à la fente dont il eſt parlé *n.* 11. elle ſe ferme en partie par la planche I, quand on ouvre l'ouverture N, & les deux bouts qui reſtent ouverts ſe ferment par de petites régles.

A un des côtez de la boëte, on 13.
fait gliſſer une régle dans deux
petits fers, pareils à ceux qui ſont * * 7.
au derriére de la Machine. Cette
régle paſſe de quelques pouces le
derriére de la boëte; & à ſon extrémité, elle a un trou par où on fait

passer la vis du miroir dont je viens de parler : de sorte qu'on peut incliner ce miroir sous toutes sortes d'angles, au devant de l'ouverture N.

14. Outre ce premier miroir, il y en a un autre marqué L. Il est plus petit, & attaché vers son milieu à une latte qui passe par le milieu du haut de la boëte. Cette latte peut s'arrêter à vis, & elle sert à élever & à abaisser le miroir, qui lui est attaché de maniére à pouvoir être fixé à toutes sortes d'inclinaisons.

Remarque.

Ceux qui croiront que les tuyaux dont il est parlé *n.* 6. ne suffisent point pour donner de l'air à la Machine, pourront mettre sous le siége un petit soufflet, qu'on fera agir par le moyen du pié. De cette maniére on renouvellera continuel-

le-

lement l'air de la Machine, le ſouflet chanſant celui qui y eſt, & obligeant ainſi celui de dehors d'entrer par les tuyaux.

Uſage de la Machine.

PROBLEME I.

Repréſenter les objets dans leur diſpoſition naturelle. 15.

Quand on veut repréſenter les objets dans cette Machine, on étend un papier ſur la table, ou bien, ce qui eſt mieux, on étend le papier ſur une autre planche, en ſorte qu'il déborde, & on inſére cette planche ainſi couverte, dans un Quadre, en ſorte qu'elle y ſoit fixée, par le moyen de deux régles faites en forme de Queuë d'aronde. Fig 70.

On met dans le Cilindre C, * qui * 9.

tourne à vis dans le haut de la Machine, un verre convexe dont le foyer est à une distance à peu près égale à la hauteur de la Machine au dessus de la Table : on ouvre par derriére la boëte qui est au dessus de la Machine, & on incline vers cette ouverture le miroir L, en sorte qu'il fasse avec l'Horizon un Angle demi droit, quand on veut représenter les objets pour le Tableau perpendiculaire. Alors, si on ôte le miroir H, & la planche F, aussi bien que les régles D E, D E, on verra se placer sur le papier tous les objets, qui envoyent sur le miroir L des rayons qui peuvent être réfléchis sur le verre convexe, lequel on éleve ou l'on abaisse par le moyen de la vis du Cilindre, jusques à ce que les objets paroissent entiérement distincts.

16. Quand on veut représenter ces mêmes objets pour le Tableau incli-

cliné, on doit donner au miroir, la moitié de l'inclinaiſon qu'on veut donner au Tableau.

Pour le Tableau paralléle, il faut fermer l'ouverture N, & ouvrir la porte B : après quoi il faut élever le miroir L juſques au haut de la boëte, en le mettant dans une ſituation paralléle à l'Horiſon. Cette diſpoſition de la Machine peut ſervir, quand on eſt ſur un balcon ou à quelque étage élevé, à deſſiner un parterre qui ſeroit au bas. 17.

Si on vouloit deſſiner un Statuë qui ſeroit dans un lieu un peu élevé, & qu'on voulût la repréſenter de la maniére qu'il faudroit la Peindre, contre un Plât-fond, il faudroit tourner le derniére de la Machine vers la Statuë, & tourner auſſi la boëte, en ſorte que la porte B, regardât la Statuë ; alors après avoir ouvert la porte, il faudroit mettre le miroir L Verticalement, la glace tournée vers la Statuë, & 18.

avancer ou reculer la boëte, ou bien élever, ou abaiſſer le miroir, juſques à ce que les rayons qui viennent de la Statuë ſur le miroir, puſſent être réfléchis ſur le verre. Quand ces changemens de la boëte ou du miroir, ne ſuffiſent pas pour donner cette réfléxion ſur le verre, il faut avancer ou reculer la Machine entiére.

Démonstration.

De ce qui vient d'être dit ſur l'Inclinaiſon du miroir.

19. Pour démontrer qu'on a incliné le miroir d'un maniére convenable, il ſuffit de prouver que les rayons réfléchis rencontrent la Table ſous le même Angle que les rayons directs rencontreroient un Plan qui auroit la ſituation qu'on veut donner au Tableau.

Fig. 71. Soit donc A B, un rayon venant d'un

d'un point de quelque objet ſur le miroir GH, d'où il eſt réfléchi ſur la Table de la Machine en *a* : il faut d'émontrer que ſi l'on mene la ligne DI, qui faſſe avec FE un Angle égal à l'inclinaiſon du Tableau, c'eſt-à-dire, * que l'Angle DIE ſoit double de l'Angle DFI : il faut démontrer, dis-je, que, l'Angle B*a*F eſt égal à l'Angle BCD. * 15. 16.

Par la conſtruction, l'Angle DIE eſt double de l'Angle DFI ; par conſéquent ce dernier Angle eſt égal à l'Angle IDF ; & puiſque l'Angle d'incidence CBD, eſt égal à l'Angle de réfléxion *a*BF, le Triangle BCD eſt ſemblable au Triangle F*a*B ; d'où il s'enſuit que l'Angle B*a*F eſt égal à l'Angle BCD. Ce qu'il falloit démontrer,

Pour ce qui a été dit du Tableau paralléle, il faut remarquer ; que dans la démonſtration précédente 20.

l'Angle de l'inclinaiſon du Tableau ſe meſure du côté des objets ; & que ſi on diminuë cet Angle, juſques à ce qu'il ſoit égal à zero, on aura un Tableau paralléle à l'Horizon au deſſous de l'œil. Mais par la démonſtration, l'Angle de l'inclinaiſon du miroir étant la moitié de l'Angle de l'inclinaiſon du Tableau, il s'enſuit que l'inclinaiſon du miroir eſt auſſi zerò, & par conſéquent qu'il doit auſſi être paralléle à l'Horizon. 21. On démontre de même que le miroir doit être placé Verticalement quand on conſidére le Tableau paralléle au deſſus de l'œil : car pour donner cette ſituation au Tableau, il faut augmenter, l'Angle d'inclinaiſon du Tableau meſuré du côté des objets, juſques à ce qu'il ſoit de 180. dégrez dont la moitié eſt 90. qui par conſéquent eſt l'inclinaiſon du miroir.

PRO-

PROBLEME II.

Repréſenter les objets, en faiſant paroître à droit, ce qui doit être à gauche. 22.

Ayant mis la boëte X, dans la ſituation qu'on voit dans la figure, il faut ouvrir la porte B & fermer l'ouverture N; puis mettant le miroir H dans la diſpoſition qu'il a été dit (n. 11.) Elevez le miroir L, vers le haut de la boëte, & inclinez-le vers le premier miroir, en ſorte qu'il faſſe avec l'Horiſon un Angle de 22. dégrez & demi; c'eſt-à-dire, que le deſſus de la Machine, après une double réfléxion, paroiſſe Vertical dans le premier miroir. Fig. 70. 23.

Pour le Tableau incliné, il faut que le miroir L faſſe avec l'Horizon, un Angle égal à la moitié de 24.

l'Angle de l'inclinaison du Tableau, moins le quart d'un Angle droit. On trouve cèt Angle avec assez de précision pour la pratique, en inclinant le miroir L, jusques à ce que l'apparence du dessus de la Machine, après une double réfléxion, paroisse dans l'autre miroir sous un Angle avec l'Horizon, égal à l'inclinaison qu'on veut donner au Tableau. Si l'inclinaison du Tableau étoit moindre que du quart de 90. dégrez, il ne faudroit pas incliner le miroir L, vers le prémier, comme il a été
*23. dit *, mais du côté oppose, en faisant l'Angle de l'inclinaison du miroir, égal à la différence de l'Angle de l'inclinaison du Tableau, au quart de 90. dégrez.

25. Quand on veut représenter les objets pour le Tableau paralléle, il faut mettre le miroir L, dans la disposition qui a été dite (n. 15.) & le miroir H, dans celle qui a été dite (n. 13.) en l'inclinant vers l'Ho-

l'Horizon, ſous un Angle demi droit, la glace tournée vers la terre, quand on ſuppoſe le Tableau au deſſous de l'œil, & vers le Ciel quand on le ſuppoſe au deſſus.

Cette diſpoſition de la Machine peut auſſi être d'uſage pour les Tableaux inclinez qui font avec l'Horizon un Angle fort petit; mais alors il faut diminuër l'inclinaiſon d'un des miroirs, de la moitié de l'inclinaiſon du Tableau. 26.

DÉMONSTRATION.

De l'Inclinaiſon des Miroirs. 27.

J'ai dit * que pour le Tableau perpendiculaire, il falloit qu'un des miroirs fit, avec l'Horizon, un Angle * de 112. dégrez 30. min., & que l'autre miroir L devoit * être incliné vers le premier, & faire avec l'Horiſon un Angle de 22. dég. 30. min. Soient M N & G H, Fig. 72.

* 22.
* 11.
* 23.

deux miroirs dans la situation que je viens de marquer : il faut démontrer que si le rayon A B, est parallèle à l'Horizon, il doit, après être réfléchi en B & en C, tomber perpendiculairement sur la machine. L'An-
* 11. gle A B N est * de 112. d. 30. m. ; par conséquent l'Angle d'incidence A B M, & son égal l'Angle de réfléxion C B N, sont chacun de 67. d. 30. m. L'Angle B P Q, est le complement à 180. d. de l'Angle N B A, plus l'Angle P Q B qui
* 23. est * de 22. d. 30. m., donc cèt Angle B P Q est de 45. d. L'Angle P C B est le complément à 180. d. des deux Angles C B P & B P C ; par conséquent il est de 67. d. 30. m., de même que son égal l'Angle de réfléxion Q C *a*. En raisonnant de la même maniére, on trouve dans le triangle R C Q, que l'Angle C R Q est droit. Ce qu'il falloit démontrer.

28. Il n'est pas absolument néceſſai-

re

re de donner aux miroirs l'inclinaiſon dont on vient de parler ; on peut prendre l'Angle ABN à diſcrétion, & retrancher cet Angle d'un Angle de 135. d., pour avoir l'inclinaiſon du miroir GH. Néanmoins les Angles que nous avons déterminez ſont les plus avantageux pour le Tableau perpendiculaire.

Quand le Tableau eſt incliné & qu'il fait avec l'Horizon l'Angle DIA il faut * que le miroir MN garde ſa ſituation, & que l'Angle CQR ſoit égal à la moitié de l'Angle DIA, moins le quart d'un Angle droit ; & je dis qu'alors l'Angle F*a*C, ou ſon égal CRQ ſera égal à l'Angle BID. L'Angle PBQ, eſt * de 112. d. 30. m. donc l'Angle BPQ, qui eſt le complément à deux droits de PBQ, & de PQB, eſt * de 90. d., moins la moitié de l'Angle DIA : d'où il s'enſuit puiſque NBC eſt de 67. 29. Fig. 73. * 24. * 11. * 27.

d. 30. m., que l'Angle BCP, & son égal RCQ, est de 22. d. 30. m, plus la moitié de DIA. Si on ajoûte à cèt Angle, l'Angle RQC, leur somme sera égale à l'Angle DIA; d'où il suit que l'Angle CRQ, est égal à DIR. Ce qu'il falloit démontrer.

30. Si on changeoit l'Angle RBN, & qu'il fût (*a*) & l'Angle DIA=*b*. Et qu'on nommât (*d*) l'Angle droit; l'Angle CQR = $d+\frac{2}{1}b-a$,

31. Pour le Tableau paralléle il est Fig. 74. aisé de voir que quand les deux miroirs GH & MN, sont chacun inclinez sous un Angle demi droit, un rayon, qui est perpendiculaire à l'Horizon, tombe aussi, après la double réfléxion, perpendiculairement sur la Table.

PRO-

PROBLEME III.

Repréſenter tour à tour les Objets qui ſont aux environs d'une Campagne, ou d'un Jardin, au milieu du quel on a placé la Machine, & faire paroître ces Objets redreſſez, devant celui qui eſt aſſis dans la Machine. 32.

Il faut tourner le dos de la Machine, vers le Soleil, par ce que les objets qui ſont derriére la Machine, ſe repréſentant * par une ſeule réfléxion, leur apparence ſera toûjours plus claire, bien qu'ils ſoient dans l'ombre, que celle des objets placez aux autres côtez & qui ne peuvent être vûs que par une double réfléxion. * 15.

Les

33. Les objets qui sont aux deux côtez de la Machine, se représentent par le moyen du Miroir H, situé * comme on le voit dans la Figure. On couvre ce Miroir d'une tour, ou boëte de carton ouverte du côté des objets, comme aussi du côté de l'ouverture N, de la boëte X; on doit user de cette précaution; car si on laisse le Miroir entiérement exposé, il réfléchira sur le Miroir L, les rayons de lumiére qui viennent de côté; lesquels entrant par le verre convexe, après avoir été réfléchis par le miroir L, affoibliront extrêmement la représentation.

Fig. 70

* 12.

34. Les objets qui sont au devant de la Machine, se représentent comme il a été dit (n. 22. & 28.)

PRO-

PROBLEME IV.

Repréſenter des Tableaux ou des Taille-douces. 35.

Les Tableaux & les Taille-douces qu'on veut repréſenter, s'attachent contre la planche F, du côté qui regarde le derriére de la Machine, laquelle on tourne en ſorte que ces Taille-douces ſoient expoſées au Soleil. Dans cette ſituation on les repréſente comme * les autres objets, avec cette ſeule différence, qu'il faut changer le verre convexe, qui eſt dans le cilindre C: car ſi on ſe propoſe de donner aux Taille-douces leur véritable grandeur, il faut que la diſtance du foyer à ce verre, ſoit égale à la moitié de la hauteur de la Machine au deſſus de la table; c'eſt à dire, à la moitié de AC. Si on vouloit, dans le deſſein, Fig. 70. * 15.

sein, donner à ces mêmes figures plus de grandeur qu'elles n'en ont véritablement, il faudroit que la distance du foyer à son verre fût encore plus petite; & il faudroit au contraire qu'elle fût plus grande si on vouloit représenter les figures plus petites qu'elles ne le sont. L'éloignement dans lequel il faut mettre les Taille-douces, se trouve en avançant ou en reculant la planche F, jusques à ce qu'elles paroissent distinctement dans la
36. Machine. On peut déterminer encore cet éloignement, par la proportion suivante.

La hauteur de la Machine au dessus de la table, moins la distance du foyer au verre,

est à

la hauteur de la Machine au dessus de la table

comme

la distance du foyer au verre

est

eſt à

la diſtance du verre à la figure.

Remarquez que cette diſtance du verre à la figure, ſe meſure par un rayon refléchi, qui part de la figure parallélement à l'horizon, & eſt refléchi par le Miroir perpendiculairement ſur le verre. Remarquez encore, que quand on veut éloigner les figures au delà du derriére de la Machine, il faut les attacher contre le côté F, de la planche, & la tourner en faiſant paſſer ſes lattes par les régles D E, D E, de maniére que la face F, regarde l'ouverture N.

REMARQUE.

Sur la repréſentation des Viſages. 37.

Il ſeroit aſſûrément très curieux & très utile de pouvoir repréſenter les Viſages des Hommes, au

au naturel. La chose réüssit fort bien en petit; & quand, parmi les objets qu'on envisage ainsi tracez, il se trouve quelque personne de connoissance, on la reconnoît très distinctement, quand même l'apparence de la personne entiére n'occuperoit pas un demi pouce sur le papier; mais il y a plus de difficulté de réüssir en grand; car quand on représente un Visage dans sa grandeur naturelle, on employe
* 35. un verre tel qu'il a été dit * pour les Tailles-douces, & on place le visage dans l'endroit où on devoit
* 35. mettre la planche F*. Mais ce visage qui paroît alors assez distinctement pour qu'on puisse reconnoître la personne, & pour satisfaire à la vûë, n'a pas d'ailleurs les traits assez marquez pour qu'ils puissent être suivis aussi éxactement qu'il le faudroit pour garder la ressemblance. La raison en est, que les traits paroissent vifs & distincts dans

dans la Chambre Obſcure, quand la réünion des rayons qui partent d'un même point d'un objet, ſe fait éxactement ſur le papier, dans un ſeul point: mais le moindre éloignement, où un point eſt plus qu'un autre, du verre convexe, quand la diſtance eſt auſſi petite qu'il la faut pour repréſenter les objets dans leur grandeur naturelle, change tellement le lieu de cette réünion, que pour les différentes parties du viſage, ces lieux différent de plus de deux pouces & demi. Ainſi il n'eſt pas ſurprenant que tous les traits ne ſoient pas auſſi marquez qu'on le ſouhaite, puiſque dans toutes les diſtances qu'on pourra choiſir, il y aura toûjours beaucoup de rayons dont la réünion ſe fera à plus d'un pouce au deçà ou au delà du papier. La confuſion qui naît de cette diverſité, pour n'être pas fort remarquable à la vûë, ne laiſſe pas d'être nui-

nuisible, & d'empêcher qu'on ne puisse attraper une éxacte ressemblance. Je fais ici cette remarque, afin de donner une juste idée de la valeur de cette Machine, en marquant également en quoi elle peut être réellement utile, & en quoi son utilité aparente est sujette à une erreur que l'expérience découvre plûtôt que le raisonnement.

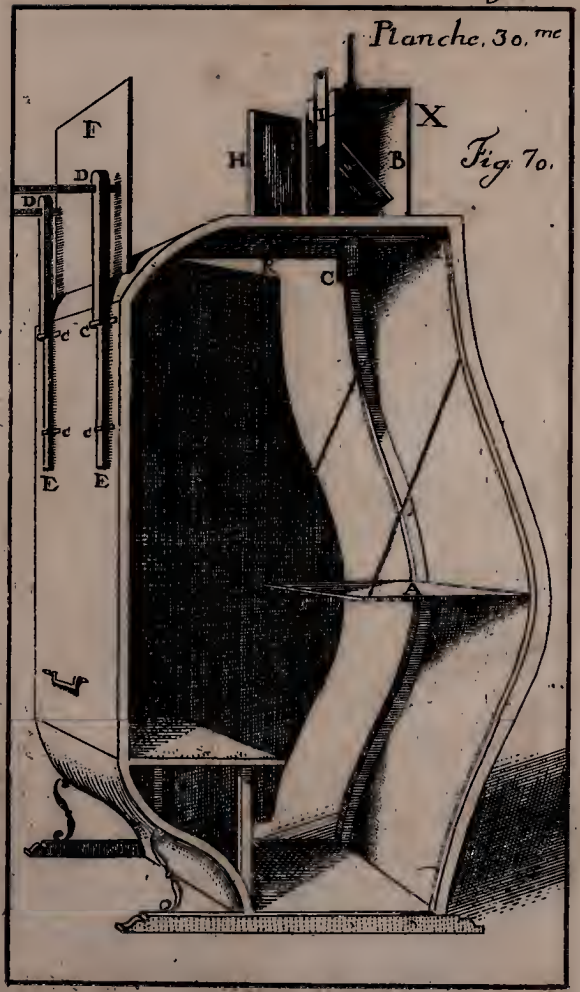
Remarque. II.

38. *Sur l'ouverture du verre convexe.*

Dans tous les Problêmes précédens il ne faut pas négliger d'éxaminer l'ouverture qu'on doit donner au verre convexe ; car bien qu'on ne puisse pas réduire cette ouverture à une mesure fixe, il sera bon toûjours de faire attention aux remarques suivantes. 1. Qu'on peut

ch. ob. Pag. 130.

Planche. 30.me



peut ordinairement donner au verre la même ouverture qu'on donneroit à une lunette d'approche, dont ce verre ſeroit l'objectif. 2. Qu'il faut diminuër cette ouverture quand les objets ſont fort éclairez, & qu'il la faut augmenter, quand au contraire quand ils ſont expoſez à un jour plus foible. 3. Que les traits paroiſſent mieux marquez avec une petite ouverture qu'avec une plus grande, & qu'ainſi lors qu'on veut deſſiner, il faut donner au verre le moins d'ouverture qu'il ſera poſſible; avec cette précaution pourtant, qu'il ne faut pas trop exténuër la lumiére qui entre par là dans la Machine. On voit par toutes ces rémarques, qu'il eſt bon d'avoir pluſieurs pieces de fer blanc ou de cuivre mince, qui ſoient rondes, de la grandeur du verre, & percées différemment, afin de pouvoir ainſi donner au verre l'ouverture dont on a beſoin. On pourroit

roit encore faire différentes ouvertures dans une l'ame de cuivre qu'on feroit glisser sur le verre ; ou se servir d'une plaque ronde, qui tournant sur son centre, feroit passer sur le verre des trous de différente grandeur.

Description de la seconde Machine.

39. CEtte seconde Machine est une
Fig. 78. espéce de boëte, dont la largeur BD, & la hauteur AB, sont égales, chacune étant d'environ 18. pouces : sa largeur FB n'en a que dix : le côté TE est fait en talut, de sorte que AE n'est environ que de six pouces.

40. On fait glisser au bas de cette boëte un quadre G, dans le quel
* 15. le papier est attaché. *

41. Dans le milieu du haut de la boëte on fait une ouverture qui a une écrouë

écrouë pour élever & abaiſſer le Cilindre, dans lequel on met le verre *. * 9.

Au haut de la boëte, en dedans, il y a deux lattes HI & LM, les quelles gliſſent dans de petits fers pareils à ceux dont il a été parlé *. Ces lattes avancent environ de deux pieds hors de la boëte, & leurs extrémitez I & M ſont dans une diſtance l'une de l'autre égale, ou un peu plus grande que n'eſt la longueur de la boëte. Elles ſervent à ſoutenir une toile peinte de noir, qui eſt attachée aux trois côtez BA, AC, & CD, de l'ouverture de la boëte. 42. * 7.

A chaque côté au deſſous de la boëte il y a une piece de bois de la fig. marquée R (fig. 77.) qui ſert à ſoûtenir la boëte ſur ſon pied, ou on la fixe par quatre chevilles de fer. Deux de ces chevilles paſſent de chaque côté dans le pied, par les trous N & P; & dans les pieces 43.

dont je viens de parler, par les trous T & V, quand on veut que le fond de la boëte soit Horizontal; & par T & O, quand on veut un peu l'incliner.

44. On est quelquefois obligé de mettre la boëte plus avant sur son pied; ce qui se fait en employant les trous Q & S, au lieu de N & P. Il arrive quelquefois dans ces cas là, qu'il est avantageux de pancher la boëte un peu en arriére; ce qui peut se pratiquer en faisant passer la cheville qui est en S, par le trou X, lequel on perce dans une petite piece de bois qu'on attache contre la Machine: on fait un trou semblable de l'autre côté.

45. Au dessus de la Machine on fait gliſſer une boëte ou petite tour, *10. 11. pareille à celle qui a été décrite: * 13. Mais avec cette seule différence, quelle doit être plus petite.

Au dessus de cette petite tour Y, il y a deux petits fers Z, Z, qui

ſervent à faire gliſſer une régle à laquelle on arrête un miroir, comme il a été dit *. Par ce moyen là on donne à ce miroir la ſituation qu'il a en H, dans la figure de la premiére Machine. * 13.

La Machine que je viens de décrire eſt extrémement facile à transporter; car alors on fait repoſer la boëte B E C, ſur les deux traverſes 2. 3. & 4. 5. qui ont chacune une échancrure en dedans, pour empêcher la boëte de gliſſer. Dans cette ſituation l'ouverture A B C D eſt en haut: on met alors dans la boëte, la petite tour Y, avec la régle & le miroir dont il eſt parlé, n. 13. On y fait entrer auſſi la toile peinte de noir, après qu'on a ôté les deux lattes qui la ſoûtenoient; puis on couvre la boëte, en partie du quadre G * qui eſt ſoutenu par deux lattes fort minces, & en partie d'une autre petite planche quand le quadre n'eſt pas aſſez grand. Toute la 46. * 40.

Machine ainſi démontée, n'occupe pas plus d'eſpace que n'en occupoit auparavant le pied ſeul. Quand on veut s'en ſervir pour repréſenter les objets, il faut la remettre dans ſon premier état.

Uſage de cette Machine.

47. L'Uſage de cette ſeconde Machine eſt le même que celui de la premiére : mais il eſt bon de remarquer que quand on incline * la Machine, il faut diminuër l'Angle de l'inclinaiſon du miroir avec l'Horizon, de la moitié de l'inclinaiſon du fond de la boëte ; & que quand on renverſe * un peu la Machine, il faut augmenter cet Angle, d'une pareille moitié. Il faut remarquer d'ailleurs que pour le Tableau paralléle, on doit avancer * la Machine ſur ſon pied, & paſſer les chevilles par S & Q. Quant aux tailles douces, elles doivent s'attacher

* 43.

* 44.

* 44.

cher à une planche entiérement ſéparée de la Machine. Cette planche doit être ſoutenuë par un pied qu'on puiſſe avancer & reculer commodément.

DÉMONSTRATION.

Pour l'Inclinaiſon du miroir.

Soit AB, un rayon venant d'un point de quelque objet : il faut démontrer *, que ſi la ligne DI, a l'inclinaiſon qu'on veut donner au Tableau, & que ſi on a donné au miroir GH l'inclinaiſon, que nous avons preſcrite, l'Angle B*a*F ſera égal à l'Angle DCB. Pour la démonſtration, menez la ligne FI, paralléle à l'Horizon. A preſent dans le Triangle IDF, les deux Angles IDF & DFI ſont enſemble égaux à l'Angle DIE ; mais l'Angle DFI, qui eſt l'inclinaiſon du miroir, eſt égal * à la moitié de

48. Fig. 75. * 19.

* 16. 47.

l'Angle D I E, moins la moitié de l'Angle I F *a*; par conſéquent il eſt moindre que l'Angle F D I de l'Angle entier I F *a* : ainſi ſi à l'Angle D F I on ajoûte l'Angle I F *a*, on aura l'Angle D F *a*, égal à l'Angle
* 19. F D I : donc l'Angle F *a* B ſera * auſſi égal à l'Angle B C D. Ce qu'il falloit démontrer.

On démontrera par un raiſonnement à peu près ſemblable, ce qui a
* 47. été dit * de l'inclinaiſon du miroir quand on renverſe un peu la boëte.

F I N.

Planche 31.me

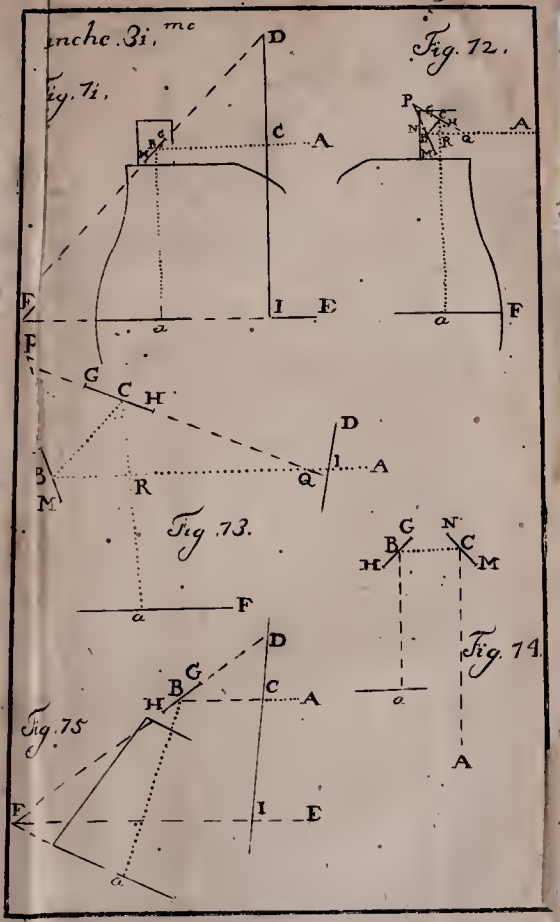
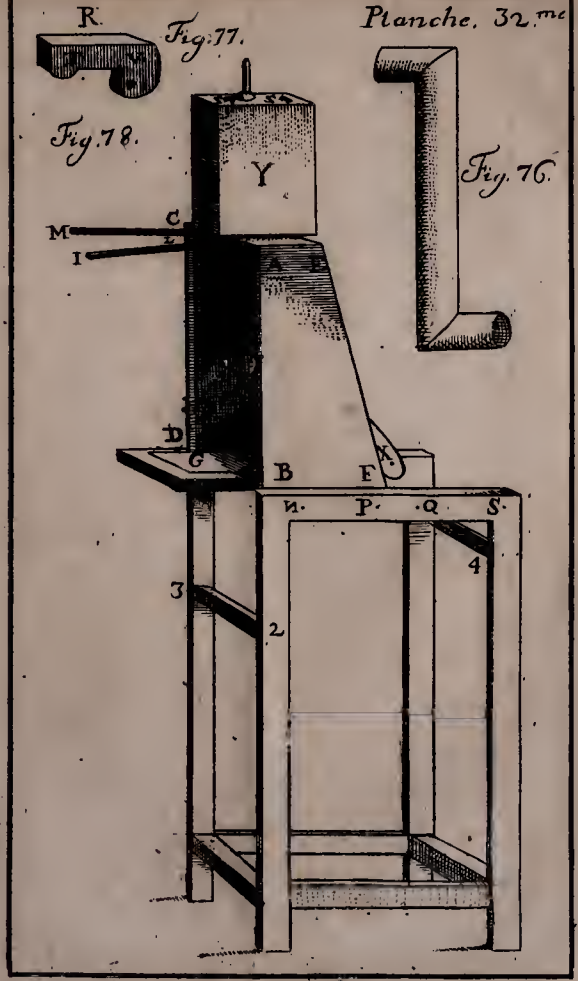


Planche. 32.me



Fautes qu'il faut corriger, dans l'Essai de Perspective.

Page,	ligne,	faute,	correction.
2.	19.	une	un
13.	3.	d'eux	deux
14.	12.	A*d*	AD
18.	18.	les	des
21.	penult.	la	les
32.	2.	du	d'un
45.	6.	à	a
62.	dern.	une qui	une partie qui
63.	13.	de cercle	de ce cercle
77.	6.	Prob. 8.	Prob. 6.
78.	1.	our	pour
79.	13.	d'écrire	décrire
88.	17.	GP par PE	G*p* par *p* E
99.	8.	$\frac{ydy}{e}$	$\frac{ydy}{dx}$
116.	11.	tous	tout
120.	10.	paralléle AB	paralléle à AB

Dans l'Usage de la Chambre Obscure.

8.	2.	à	a
22.	12.	$\frac{2}{1}$	$\frac{1}{2}$
27.	21. 22.	représenter	dessiner

7/91
JJI=

1 - 32 p's #5209

pecial 94-B
2750